ORSAY
SÉRIE A,
N° D'ORDRE :
198

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES

PAR

Paul Etienne FAUGERAS

PREMIÈRE THÈSE

Diffusion cohérente d'une onde électromagnétique par un cylindre de plasma inhomogène

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 7 décembre 1966 devant la Commission d'examen

MM. MARECHAL Président

DELCROIX
DENISSE
HUBERT } Examinateurs

ORSAY
SÉRIE A, N·
N· D'ORDRE :
198

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES

PAR

Paul Etienne FAUGERAS

PREMIÈRE THÈSE

Diffusion cohérente d'une onde électromagnétique par un cylindre de plasma inhomogène

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 7 décembre 1966 devant la Commission d'examen

MM. MARECHAL Président

DELCROIX
DENISSE
HUBERT
} Examinateurs

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PROFESSEURS

Doyen

M. ZAMANSKY

Professeurs

MM.	BRELOT	T Analyse supérieure
	PRENANT	T anatomie et histologie comparée
	GRASSE	T évolution des êtres organisés
	PREVOST	T chimie organique
	WYART	T Minéralo-& cristallo
	TEISSIER	T zoologie
	MANGENOT	T biologie végé.(Orsay)
	AUGER	T physique quantique et relativité
	MONNIER	T physiologie générale
	PIVETEAU	T Paléontologie
	ROCARD	T physique ENS
	CARTAN	T mathématiques ENS
	LAFFITTE	T chimie générale
	N...	T géométrie supérieure
	COULOMB	T physique du globe
Mle	COUSIN	T biologie animale SPCN
MM.	CHRETIEN	T chimie minérale
	BOCQUET	T zoologie
	KASTLER	T physique ENS
	EPHRUSSI	T génétique
	RIVIERE	T géologie SPCN & sédiment.(Orsay)
	GAUTHERET	T biologie végétale PCB
	LUCAS R.	T recherches physiques
	THOMAS A.	T biologie cellulaire
	ARNULF	T optique appliquée
	MORAND	T physique enseignement
	SOLEILLET	T physique PCB
	FORTIER	T Mécanique exp.des fluides
	DRACH	T zoologie
	QUENEY	T météo.& dynamique atmos.
	GALLIEN	T embryologie
	EICHORN	T botanique
	DE CUGNAC	T biologie végétale SPCN
Mle	CAUCHOIS	T chimie physique
MM.	THELLIER	T physique du globe
	L'HERITIER	T biologie générale Orsay
	GRIVET	T radioélectricité Orsay
	PONCIN	T mécanique générale
	DU BREIL	T arith.& théorie des nombres
	QUELET	T chimie organique
	CAGNIARD	T géophysique appliquée
	CHAMPETIER	T chimie macromoléculaire
	CUVILLIER	T micropaléontologie
	JUNG	T géologie
	TRILLAT	T microscopie et diffrac. élec.
	WIEMANN	T chimie organ.& structu.
	JACQUINOT	T spectroscopie et physique céleste (Orsay)
	VASSY	T physique de l'atmosphère
	DESTOUCHES	T théorie physique
	AMIEL	T chimie générale
	HOCART	T minérall & cristal.
	J.P. MATHIEU	T physique optique
	COUTEAUX	T cytologie
	MAY	T zoologie
	CHOQUET	T théorie des fonctions et topologie
	FELDMANN	T biologie végétale marine
	GUINIER	T physique des solides (Orsay)
	JOST	T physiologie comparée
	FORTET	T calcul des probabilités et physique mathématiques
	SCHWARTZ	T Calcul dif.& Intégral
	CHOUARD	T physiologie végétale
	MALAVARD	T aviation (technique aéron.)
	NORMANT	T synthèse organique
	BENARD	T chimie minérale
	BUVAT	T botanique ENS
	DUGUE	T statistique mathématiques
	SOULAIRAC	T Psychophysiologie
	ULRICH	T Physiologie végé.appli.
	MARECHAL	T Optique théo.& appli.
	KIRRMANN	T théories chimiques
	CHADEFAUD	T botanique
Mle	LE BRETON	T Physio de la nutrition
MM.	LELONG	T appli de l'ana à la géom.
	DEVILLERS	T anatomie & histo.compa.
	EHRESMANN	T topologie algébrique
	FRANCON	T physique SPCN
	GLANGEAUD	T géogra., phys. géol.
	DODEMENT	T mathématiques MGR
	PISOT	T technique math.de la physi.
	ROCH	T géologie
	SCHATZMANN	T astrophysique
	TERMIER	T géologie générale
	ZAMANSKY	T mathématiques générales
	LENNUIER	T Physique MGP
	RIZET	T génétique Orsay
	ROUTHIER	T géologie appliquée
Mme	TONNELAT	T physique théorique
MM.	DIXMIER	T mathématiques MPC
	SOUCHAY	T chimie générale
	AIGRAIN	T électrotechn.géné.
	BRUSSET	T chimie systématique
M.	LEVY	T physique théorique des hautes énergies (Orsay)
Mme	CHAIX	T chimie biologique
Mme	HUREL PY	T biologie végétale PCB
MM.	PANNETIER	T chimie générale
	BRUN	T mécanique des fluides I
	LEDERER	T chimie biologique (Orsay)
Mme	DUBREIL	T mathématiques (agréga)
Mme	LELONG	T math.II ENS
M.	BELLAIR	T géologie SPCN
MM.	COTTE	T physique électricité
	DUBOIS J.E.	T chimie organique
	LAMOTTE	T zoologie ENS
	MICHEL A.	T chimie minérale Orsay
	OLMER	T énergétique générale
	ROUAULT	T électricité (Orsay)
	GAUTHIER	T mécanique appliquée
	BARCHEWITZ	T chimie physique
	BROSSEL	T physique atomique
	BUSER	T physiologie comparée
	CAMUS	T physio.végé.
	CASTAING	T Physique II thermo.(Orsay)
	CURIEN	T minéralo.& cristal.
	MOYSE	T physio.végé.(Orsay)
Mme	CHARNIAUX-COTTON	T évolution des êtres organisés
MM.	POSSOMPES	T zoologie
	PULLMANN	T chimie quantique
	TEILLAC	T physique nuc.et radioactivité (Orsay)
	TONNELAT	T bio.physico.chim.(Orsay)
	VILLE	T économétrie
	WILLEMART	T chimie PCB
	DODE	T chimie (Orsay)
	FREYMANN	T recherches physiques
	GUINOCHET	T biolo.végé.SPCN (Orsay)
	ROLLET	T chimie minérale
Mle	JOSIEN	T chimie SPCN
MM.	CHEVALLEY	T géométrie algébrique et théorie des groupes
	ARNOULT	T électronique Orsay
	CHAPELLE	T physique I (Orsay)
	DELANGE	T mathématiques I (Orsay)
	DENY	T mathé.géné.(Orsay)
	GERMAIN	T mécanique théorique des fluides
	LUCAS	T géologie
	ALLARD	T chimie physique
	BERTHELOT	T physique des particules fondamentales (Orsay)
	BRICARD	T météor.et physique de l'atmosphère
Mme	ALBE FESSARD	T psycho. physio.
MM.	FRIEDEL	T physique des solides (Orsay)
	JULIA	T Etudes des moléculaires complexes
	LENDER	T biologie animale SPCN Orsay
	MAGAT	T physico-chimie des radio-éléments
Mle	QUINTIN	T électrochimie
MM.	MONOD	T chimie du métabolisme
	BENOIT	T physio.animale Orsay
	DE POSSEL	T analyse numérique
	CHARLOT	T chimie analytique
	LEMEE	T écologie végétale Orsay
	GUERIN	T chimie MPC Orsay
	CHATELET	T chimie PCB
	JEAN	T physio.nucléaire Orsay
	MATTLER	T physique SPCN
	BERGERARD	T zoologie Orsay
	BERTEIN	T électronique Orsay
	BOUISSIERES	T radiochimie
Mme	COUTURE	T thermo.et méca.physique
MM.	ELLEMBERGER	T géologie des grandes régions du globe (Orsay)
	FRANC	T biologie animale PCB
	SCHNELL	botanique tropicale
	STLKOWSKI	T physiologie végétale
	ACHER	T chimie biologique
	BAUDOIN	T biologie animale PCB
	BEAUMONT	biologie animale SPCN
	BLAMONT	géophysique ionosphère
	BOUREAU	T botanique
	CURIE D.	physique MGP
	DURAND DELGA	T géologie
	FREON	T chimie organique Orsay
	HELLER	T physiologie végétale
	TORTRAT	T calcul des probabilités
	CAILLEUX	T géologie SPCN
	MAGNAN	physique électricité
	DAUDEL	T mécanique ondulatoire appli. à la chimie théo.& à la phy.nucléaire
Mle	FOURCROY	biologie végétale SPCN
Mme	CHOQUET BRUHAT	mécanique analytique et méca.céleste
Mle	VEIL	T physiologie générale
MM.	LWOFF	T micobiologie
	SIESTRUNCK	T Méca.phys.& experimentale
	LACOMBE	T métallurgie des métaux nucléaires (Orsay)
	BROCHARD	T physique PCB (Orsay)
	CABANNES	T mécanique générale
	LESIEUR	T math.I (Orsay)
	MAZET	T méca.géné.(Orsay)
	CAIRE	géogra.physique et géo dynami
	COMOLET	. méca.des fluides
	CORABOEUF	T physio.animale (Orsay)
	DELLOUE	T physique de l'exosphère
	GORENFLOT	botanique II (Orsay)
	HOUILLON	biologie animale PCB
	JULLIEN J.	chimie SPCN (Orsay)
	MALGRANGE	T technique mathé.de la phys.Ors.
	OLIVIER	Antropologie
	NOZERAN	T botanique II (Orsay)
	BLANC-LAPIERRE	T physique ENS (Orsay)
	CHEVAUGEON	T botanique (Orsay)
	KAHANE	T mathématiques (Orsay)
	SAMUEL	T math ENS féminines
	KOURGANOFF	T astronomie (Orsay)
	THIRY	T méca.céleste
	ABELES	physique SPCN
	AMAT	T physique PCB
	AUBOIN	T géologie
Mme	BENOIT-GUEUTAL	T physique nucléaire et radioactivité (Orsay)
MM.	BOUGIS	Biologie marine Villefranche/mer
	BRUHAT	T math.MPC
	BRUNN	T géologie historique Orsay
	CHABBAL	T physique MGP (Orsay)
	DEHEUVELS	T math.propé.
	D'ESPAGNAT	T physique théorique (Orsay)
	FURON	T géologie SPCN
Mme	GANS	T génétique
MM.	GENEVES	biologie végétale PCB
	GUILBERT	physique CUS Orléans
	HUPE	T pétrographie
	HOLLANDE	T biolo.géné.
	LIONS	T analyse numérique
	MAITTE	T chimie PCB
	MEYER	physique propé.
	NICOLAS	géologie appliquée
	PANIGEL	biologie générale
	RAVIER	pétrographie
	ROSEAU	T méca.théorique des fluides
	ROUBINE	électronique
	SILBER	T chimie PCB
	UEBERSFELD	T électronique
	YVON	T théories physiques
	HERVE	T mathématiques
	NERON	T math. MPC (Orsay)
Mme	PECKER WIMEL	T astrophysique
MM.	BALKANSKY	physique MPC
	LE CORRE	T électricité
	DELCROIX	T physique théorique (Orsay)
	GOURDIN	physique théorique (Orsay) des hautes énergie
	LEHMANN	T phys.exp.des hautes énergies
	NATAF	T physique nucléaire et radioactivité (Orsay)
	ECHALIER	biologie animale PCB
	BARRAUD	physiolo.cellulaire
	LIORET	physiologie végé.Orsay
	DARS	géologie structurale & géolo.appli.
	CAMEFORT	T botanique (agrégation)
	VICHNIEWSKY	T mécanique industrielle
	BLAQUIERE	électronique (Orsay)
	ARNOUS	T physique théorique
	TATIBOUET	chimie (CSU Orléans)
	MALLIAVIN	T math. propé. (Orsay)
	GAUDEMAR	chimie propé.
	PEREZ Y JORBA	physique Exp.des Hautes énergies (Orsay)
	DAVID	T chimie (agrégation Orsay)
	BROUSSE	T mécanique théorique
	ROSCH	T astronomie
	GUY	T physique expérimentale
	LAZARD	math MPC
	MOREL Pierre	physique MPC
	ARSAC	programmation
	LEFEBVRE	chimie MPC
	CHAPEVILLE	biochimie
	BENOIT	physique CPEM
	RIO	chimie CPEM
	JAUZEIN	géologie ENS
	PREVOST Georges	BV CPEM
	FAVARD P.	BA CPEM
	VILKAS	chimie CPEM
Mle	FICINI	chimie CPEM
MM.	LEQUEUX	astronomie
	COHEN	physique MPC
	TAVERNIER	physique CPEM
Mme	ROIZEN	physique CPEM
MM.	DURAND M.	BA SPCN
	PASCAUD	physiologie
Mme	PETIT	BA CPEM
MM.	BROUSSE	géologie orsay
	CAGNIAC	physique agrégation Orsay
	LEBERRE	zoologie (Orsay)
	SCHEFFER	microbiologie (Orsay)
	de GENNES	physique des solides (Orsay)
	RIOU	physique nucléexp.Orsay
	CLAUSER	chimie biolo.Orsay
	CHEVALIER	physio.animale Orsay
	JANCOVICI	physique atomique Orsay
	FALK-VAIRANT	physique nucléaire Orsay
	FETIZON	chimie propé. Orsay
	CERF	mathématiques Orsay
	LURCAT	physique
	RIGAUDY	chimie S.P.C.N.
	SIGWALT	chimie S.P.C.N.
	FOURNET	électricité générale
	COLLONGUES	chimie C.P.E.N.
	DUBERT	biochimie
	LAVOREL	biologie physico.chimique
	MOREL F.	physiologie comparée
	TALBOT	génétique chimique
Mme	NOUGAREDE	botanique
MM.	FRANCOIS	zoologie
	IVANOFF	océanographie physique
	CADIOT	chimie organique
	BARUCH	physique propédeutique
	NOZIERES	physique générale
	BOK	physique propédeutique
	SLONIMSKI	génétique
	KRASNER	T mathématiques
	BENZECRI	T statistiques
	VINH MAU	physique M.G.P.
	DUQUESNES	physique C.P.EM.
	SCHUTZENBERGER	programmation
	TREMILLON	chimie MPC
	FAYARD	chimie MPC
	BUVET	chimie CPEM
	AUTHIER	physique MPC
	PICINBONO	T physique CPEM
	BONNEFILLE	électrotechnique
Mme	PUISEUX DAO	biologie végétale

le secrétaire général

R. POULAIN

TABLE DES MATIÈRES

Pages

INTRODUCTION 9

1ère PARTIE : CALCUL DU CHAMP DIFFRACTE

CHAPITRE I - EQUATIONS DE LA DIFFRACTION 13

1/ Hypothèses de départ 13

1.1 - Choix de la géométrie 13
1.2 - Hypothèses sur l'interaction onde-plasma 13
1.3 - Diffusion incohérente 14

2/ Méthode du champ self-consistant 14

2.1 - Polarisation des électrons et équations générales 14
2.2 - Correction de Lorentz 15
2.3 - Séparation des polarisations 16
2.4 - Equations finales 16

3/ Résolution par les équations de Maxwell 17

3.1 - Polarisation parallèle 17
3.2 - Polarisation transverse 18
3.3 - Comparaison des deux méthodes 18
3.4 - Intérêt limité de la polarisation transverse 18

4/ Appendice : Calcul de la polarisabilité 19

4.1 - Plasma isotrope et sans collisions 19
4.2 - Polarisabilité avec collisions 20
4.3 - Plasma anisotrope 20

CHAPITRE II - POLARISATION PARALLELE 21

1/ Détermination du champ diffusé 21

1.1 - Onde incidente 21
1.2 - Fonction radiale 21
1.3 - Conditions aux limites 22
1.4 - Amplitude de diffusion 23

2/ Cas particuliers et cas limites 24

2.1 - Cas particuliers 24
2.2 - Approximation de Born 24
2.3 - Approximation BKW 25
2.4 - Comportement métallique 26
2.5 - Optique géométrique 27

Pages

3/ Inversion du problème de diffusion 27

3.1 - Cas de l'approximation de Born 28
3.2 - Cas de l'optique géométrique 28

CHAPITRE III - RAYONNEMENT A L'INFINI 29

1/ Sections efficaces de diffusion 29

1.1 - Section efficace différentielle 29
1.2 - Flux du vecteur de Poynting et bilan d'énergie 29
1.3 - Coefficients d'efficacité 31
1.4 - Application au rayonnement des plasmas 32

2/ Onde incidente cylindrique 33

2.1 - Spectre angulaire d'ondes planes 33
2.2 - Champ total à l'infini 34
2.3 - Conséquences 35
2.4 - Phases de l'onde résultante dans l'approximation de Born 35

3/ Influence de la variable z sur la diffusion 36

3.1 - Plasma limité en hauteur 36
3.2 - Plasma inhomogène suivant son axe 37
3.3 - Champ incident limité suivant l'axe du plasma 37

CHAPITRE IV - RESULTATS NUMERIQUES POUR L'AMPLITUDE DE DIFFUSION 41

1/ Programme de calcul numérique 41

1.1 - Programme pour une onde incidente plane 41
1.2 - Programme pour une onde incidente cylindrique 42

2/ Résultats pour une onde incidente plane 42

2.1 - Allure générale de $g(\theta)$ 42
2.2 - Partie "diffractée" du diagramme 44
2.3 - Partie "diffusée" du diagramme 44
2.4 - Sections efficaces et collisions 48

3/ Amplitude de diffusion avant 49

3.1 - Etude du module de $g(0)$ 49
3.2 - Variation de $g(0)$ dans le plan complexe 50
3.3 - Détermination de α, φ et X 51

4/ Onde incidente cylindrique 53

4.1 - Interprétation d'une expérience d'interférométrie 53
4.2 - Déviation d'un faisceau lumineux 55

2ème PARTIE - EXPERIENCES DE DIFFRACTION

CHAPITRE V - DETERMINATION EXPERIMENTALE DE L'AMPLITUDE DE DIFFUSION . 59

1/ Etude du champ incident 59

1.1 - Choix de la nature de l'onde incidente 59
1.2 - Structure du champ utilisé 60

Pages

2/ Relevé du diagramme de diffraction 61

2. 1 - Rayonnement en dehors du champ incident 61
2. 2 - Interférométrie à 2 cristaux 61
2. 3 - Strioscopie et constraste de phase hyperfréquences 62

3/ Mesure de l'amplitude de diffusion avant 64

3. 1 - Adaptation des méthodes précédentes 65
3. 2 - Méthode d'oscillations 67
3. 3 - Mesure par extinction 68

4/ Nouvelle méthode de diagnostic 69

4. 1 - Principe du diagnostic par diffraction 69
4. 2 - Comparaison avec les autres méthodes hyperfréquences 71

CHAPITRE VI - REALISATION D'UN PLASMA CYLINDRIQUE 73

1/ Nécessité d'un plasma à la pression atmosphérique 73

1. 1 - Caractéristiques souhaitées pour le plasma 73
1. 3 - Décharge à basse pression 73
1. 3 - Torche à haute fréquence 74

2/ Réalisation d'un jet laminaire 75

2. 1 - Principe 75
2. 2 - Le plasmatron 76
2. 3 - L'ensemencement 78

3/ Caractéristiques de la colonne de plasma 81

3. 1 - Diagnostics possibles de la densité et de la température 81
3. 2 - Mesures de pression dynamique 81
3. 3 - Interférométrie optique 83

CHAPITRE VII - MESURES DE DIFFRACTION SUR LE PLASMA 87

1/ Diagrammes de diffraction 87

1. 1 - Diffraction d'une onde plane 87
1. 2 - Diffraction d'une onde cylindrique 90

2/ Mesure d'extinction : diagnostic par diffraction 92

2. 1 - Méthode et dispositif expérimental 92
2. 2 - Résultats et discussion 92

CONCLUSION 95

BIBLIOGRAPHIE 97

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au Service de Recherches sur la Fusion Contrôlée du Commissariat à l'Energie Atomique, dans le cadre de l'Association EURATOM-C. E. A.

Je remercie très vivement Monsieur le Professeur DELCROIX, qui a accepté de diriger cette thèse., Monsieur le Professeur MARECHAL et Monsieur DENISSE, qui ont bien voulu la juger, montrant ainsi l'intérêt qu'ils portaient à ce travail.

Je tiens à dire toute ma reconnaissance à Monsieur HUBERT, Chef du S. R. F. C., qui a autorisé et encouragé cette étude, et a mis à ma disposition tous les moyens nécessaires pour la mener à bien.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur PAPOULAR, pour l'attention constante qu'il a portée à la progression de mon travail, pour les nombreuses et fructueuses discussions que j'ai eues avec lui et pour son amical soutien.

Mes remerciements vont également à Madame BRETON et Monsieur ISAMBERT, qui ont fait la programmation du calcul numérique, à Monsieur CAPET, à qui je suis redevable de la mise au point de l'interféromètre de Michelson et à Monsieur CHAPELLE, du Laboratoire des Echanges Thermiques du C. N. R. S., pour ses conseils si utiles lors de la construction du plasmatron.

Enfin, je remercie Monsieur GOAVEC pour son aide technique si efficace et le soin qu'il a toujours apporté aux montages expérimentaux.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544321_0029

INTRODUCTION

Dans l'étude des plasmas au moyen des ondes électromagnétiques, les méthodes utilisant des ondes en espace libre sont les plus employées, car elles ne nécessitent pas l'introduction d'un objet matériel dans le plasma, et ne le perturbent pas, vu les puissances électromagnétiques mises en jeu. De plus, très souples d'emploi, elles s'adaptent à une grande variété de situations, aussi bien en laboratoire que dans la nature. Elles permettent d'accéder aux paramètres constitutifs du plasma (densité, fréquences de collisions, température...) par l'intermédiaire de sa constante diélectrique, dont l'expression dépend de la direction de propagation et de la polarisation de l'onde utilisée.

La propagation d'une onde électromagnétique dans un plasma est un problème complexe dans le cas général, mais qui se simplifie considérablement si on suppose que le plasma est homogène et limité par deux plans parallèles, et que l'onde de sondage est plane, à l'incidence normale et de vecteur électrique parallèle au champ magnétique statique dans lequel baigne le plasma. Alors le plasma se comporte comme une lame de diélectrique, dont l'indice, inférieur à 1, est fonction de la densité électronique, des fréquences de collisions et de la fréquence de l'onde.

Si, en plus, la lame est assez épaisse pour que l'on puisse faire l'approximation de l'optique géométrique, deux cas sont à considérer :

- pour une fréquence de l'onde inférieure à la "fréquence plasma", l'onde incidente est pratiquement totalement réfléchie.

- dans le cas contraire, une onde est transmise : sa phase est égale à l'intégrale du chemin optique à la traversée du plasma, tandis que son amplitude détermine la fréquence de collisions.

Tel est le principe des mesures interférométriques hyperfréquences utilisées actuellement pour mesurer la densité électronique des plasmas. Malheureusement, la réalité physique est loin de satisfaire aux hypothèses sur lesquelles ces méthodes reposent : la validité de l'optique géométrique est difficile à contrôler, notamment au voisinage de la fréquence plasma, et le plasma lui-même a le plus souvent la forme d'un cylindre, au lieu d'une lame à faces parallèles.

On peut cependant se rapprocher expérimentalement de la géométrie plane, en focalisant l'onde de sondage sur le plasma. Mais pour les plasmas usuels, de densité de l'ordre de 10^{11} à 10^{15} e/cm^3, on doit utiliser des ondes millimétriques, si bien que la longueur d'onde et, a fortiori, la largeur de la tache focale sont loin d'être négligeables devant les dimensions transversales de la colonne de plasma. Il s'en suit des phénomènes de diffraction importants, qui faussent l'interprétation des mesures et se traduisent par des variations de phase anormales pour l'onde transmise, des pertes excessives de la puissance électromagnétique à la traversée du plasma, etc...

On est donc conduit à examiner en détail le problème de la diffraction, ou diffusion cohérente d'une onde électromagnétique par une colonne de plasma. Les études théoriques antérieures, faites dans quelques cas particuliers, n'ont été suivies que de peu d'applications pratiques. C'est pourquoi nous avons entrepris ce travail, espérant par là comprendre ces phénomènes de diffraction pour essayer de les maîtriser voire d'en tirer parti. Il faut noter que cette étude ne trouve pas seulement son application dans le diagnostic des plasmas, mais aussi dans le cas de l'ionosphère (par exemple pour le problème de la détection et de l'identification des engins par le sillage ionisé qu'ils engendrent à leur rentrée dans l'atmosphère) et également pour l'étude du rayonnement hyperfréquences des plasmas.

Ce travail se divise en deux parties, dont la première est consacrée au calcul du champ diffracté par le plasma. Au chapitre I, les équations du problème sont obtenues soit à partir des

équations de Maxwell, soit en utilisant une méthode de champ self-consistant, qui met en évidence le mécanisme de la diffusion. Le cas d'une onde plane, à l'incidence normale et de vecteur électrique parallèle à la colonne de plasma est examiné au chapitre II, ce qui permet de caractériser l'effet du plasma sur l'onde par une amplitude de diffusion. Au chapitre III, nous verrons dans quelle mesure on peut perfectionner ce modèle théorique simple pour se rapprocher de la situation expérimentale. De nombreux calculs numériques ont été nécessaires pour étudier le champ diffracté par le plasma, et l'essentiel des résultats est donné au chapitre IV. Ces calculs permettent, entre autres, d'interpréter les mesures interférométriques hyperfréquences décrites ci-dessus.

Sur le plan expérimental, nous commencerons par montrer au chapitre V comment il est possible de mesurer le champ diffracté par le plasma, ce qui fournit une nouvelle méthode de mesure des caractéristiques d'un plasma, basée sur la diffraction. Pour faire nos expériences de diffraction dans les meilleures conditions, nous avons été amenés à réaliser un plasma à la pression atmosphérique et de densité variable, ce qui fait l'objet du chapitre VI. Enfin au chapitre VII, nous tracerons des diagrammes de diffraction en ondes millimétriques avec ce plasma, qui nous servira également à expérimenter cette nouvelle méthode de mesure basée sur la diffraction.

PREMIÈRE PARTIE

CALCUL DU CHAMP DIFFRACTE

CHAPITRE PREMIER

ÉQUATIONS DE LA DIFFRACTION

La diffraction d'une onde électromagnétique plane, normalement incidente sur un cylindre de diélectrique ou de métal, est un problème d'électromagnétisme classique, dont la solution, connue depuis fort longtemps [1], [2], n'a été adaptée au cas d'un plasma que ces dernières années. Platzman et Ozaki [3], ont résolu rigoureusement ce problème en supposant le cylindre de plasma homogène, et leur solution a été étendue au cas d'une onde plane à l'incidence oblique [4], [5].

Pour tenir compte de la forme du profil de densité dans la colonne, on peut faire l'une des approximations suivantes :

- on assimile le cylindre de plasma à une série de couches cylindriques concentriques, la densité électronique étant uniforme à l'intérieur de chaque couche [6] ;

- on suppose que le plasma perturbe peu le champ incident (approximation dite de Born, cf. § II. 2. 2) ce qui permet de résoudre le problème pour un profil quelconque [7], [8] ;

- on applique l'optique géométrique, ce qui revient à tracer les trajectoires des rayons lumineux dans un milieu d'indice variable [9], [10], [11]. Cette approximation n'est valable que si le gradient d'indice de réfraction le long d'un rayon est faible à l'échelle de la longueur d'onde (§ II. 2. 5).

Dans ce chapitre, nous nous proposons de résoudre rigoureusement ce problème de la diffraction d'une onde par une colonne de plasma, quelles que soient les caractéristiques de cette dernière.

1 - HYPOTHESES DE DEPART

1. 1 - Choix de la géométrie

La géométrie cylindrique est la géométrie la plus courante dans les expériences du laboratoire, et c'est celle que nous utiliserons, bien qu'elle entraîne un certain nombre de complications mathématiques.

Par géométrie cylindrique, nous voulons dire que le plasma se présente sous la forme d'un cylindre à symétrie de révolution. Cette hypothèse est donc valable non seulement pour les plasmas de décharge ou de tube à choc, mais aussi dans le cas de plasmas tubulaires, ou d'une gaine de plasma entourant un cylindre métallique. Au § III. 3. 2, nous étudierons l'influence d'une inhomogénéité du plasma suivant son axe, ce qui nous permettra de considérer également le cas de bouffées de plasma, si elles sont assez longues par rapport à la longueur d'onde.

Faisant donc l'hypothèse que les propriétés du plasma ne dépendent que de la distance à l'axe du cylindre, si le plasma baigne dans un champ magnétique statique, celui-ci sera uniforme et dirigé suivant l'axe du cylindre.

1. 2 - Hypothèses sur l'interaction onde-plasma.

Par ailleurs, nous ferons les hypothèses habituelles suivantes :

- l'énergie véhiculée par l'onde électromagnétique reste assez faible pour que les perturbations qu'elle entraîne sur la densité et la vitesse des particules soient faibles par rapport à leur valeur moyenne.

- les électrons réagissent seuls à l'onde incidente, ce qui revient à supposer les ions infiniment lourds, leur présence ne servant qu'à assurer la neutralité électrique du milieu.

- le champ magnétique propre de l'onde a une action négligeable sur les électrons : la force qu'il exerce est dans le rapport v/c avec la force exercée par le champ électrique, où v est la vitesse thermique des électrons et c la vitesse de la lumière [12].

Par contre, on ne peut pas négliger l'effet du champ magnétique statique axial, car il rend le plasma anisotrope.

- le plasma est en équilibre thermodynamique, et les pressions partielles et les fréquences de collisions des constituants sont des scalaires. Enfin, on suppose le plasma froid, c'est-à-dire que la force dûe à la pression cinétique est négligeable devant la force électrostatique de l'onde. Cette approximation, qui revient à négliger l'agitation thermique, est parfaitement valable dans le cas des hautes fréquences, même pour des températures relativement élevées, car les vitesses d'agitation thermique sont faibles par rapport à la vitesse de la lumière pour les plasmas usuels [13].

Dans ces conditions, on peut caractériser le plasma par une constante diélectrique, tensorielle en général, dont l'expression est rappelée au § 4, et on est ainsi ramené à l'étude de la propagation d'une onde dans un milieu de constante diélectrique donnée, fonction des coordonnées.

1.3 - Diffusion incohérente.

Il convient de préciser maintenant ce que nous entendons par diffraction. Si on éclaire un plasma par une onde électromagnétique monochromatique, une fraction de l'énergie incidente est soustraite à l'onde et rerayonnée dans tout l'espace, de deux façons différentes. Une partie de cette énergie est réémise dans toutes les directions à la même fréquence que la fréquence incidente. C'est le phénomène de diffusion cohérente, ou diffraction, provoqué par la présence, sur le trajet de l'onde, d'un milieu de constante diélectrique différente de celle du vide.

L'autre partie de l'énergie est rerayonnée dans un spectre de fréquences qui s'étale autour de la fréquence initiale : c'est la diffusion incohérente, dûe à la vitesse d'agitation thermique des électrons qui changent, par suite de l'effet Doppler, la fréquence des ondelettes qu'ils réemettent sous l'action de l'onde incidente [14].

La puissance diffusée de façon incohérente donne des informations sur la structure du plasma, mais son niveau extrêmement bas (de l'ordre de 10^{-10} à 10^{-20} fois la puissance incidente) permet de la négliger complètement par rapport à la puissance diffractée qui nous intéresse ici.

2 - METHODE DU CHAMP SELF-CONSISTANT

2.1 - Polarisation des électrons et équations générales

Sous l'action d'un champ électrique alternatif $\vec{\mathcal{E}}(t)$, un électron se met à osciller en synchronisme avec le champ et rayonne un champ électromagnétique qui est celui d'un dipôle électrique. Le rayonnement est donc déterminé par la polarisation $\vec{p}$

$$\vec{p}(t) = \sigma \, \vec{\mathcal{E}}(t)$$

La constante de proportionnalité σ, ou polarisabilité, est un scalaire si l'électron est isolé, mais devient tensorielle dans le cas d'un électron d'un plasma (cf § 4).

En un point d'observation, situé à la distance R de l'électron, le champ électromagnétique rayonné par l'électron peut se calculer par l'intermédiaire des potentiels vecteurs de Hertz [15], qui se réduisent ici au seul vecteur de Hertz électrique :

$$\vec{\Pi}_e = \frac{\vec{p}(t - R/c)}{R}$$

ce qui donne, dans le système d'unités de Gauss, le champ électromagnétique :

$$\vec{E} = - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{\Pi}_e}{\partial t^2} + \overrightarrow{\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}} \, \vec{\Pi}_e \qquad (1.1)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{c} \vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{\Pi}_e}{\partial t} \qquad (1.2)$$

Dans le cas d'un électron au sein d'un plasma, le champ effectif $\vec{\mathcal{E}}$ qui agit sur lui, ou champ total, est égal à la somme du champ incident $\vec{\mathcal{E}}_i$ et du champ $\vec{\mathcal{E}}_d(\vec{\mathcal{E}})$, créé au point où se trouve l'électron par la polarisation de tous les autres électrons. On suppose ensuite que les électrons sont assez rapprochés les uns des autres pour qu'on puisse assimiler la distribution discrète de dipôles à une densité de polarisation, c'est-à-dire que la distance interparticulaire est très inférieure à la longueur d'onde. La polarisabilité par unité de volume est alors :

$$\vec{P} = N(\vec{r}_1) \, \vec{\vec{\sigma}} \, \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}_1, t)$$

où $N(\vec{r}_1)$ est le nombre de dipôles (d'électrons) par unité de volume au point $\vec{r}_1$. La polarisabilité $\vec{\vec{\sigma}}$ est ici tensorielle, puisqu'il s'agit d'un plasma. L'élément de volume dV_1 au point $\vec{r}_1$ engendre au point d'observation $\vec{r}$ un vecteur de Hertz :

$$d\vec{\Pi}_e = \frac{N(\vec{r}_1) \, \vec{\vec{\sigma}} \, \vec{\mathcal{E}}(r_1, t - R/c)}{R} \, dV_1$$

avec

$$R = |\vec{r} - \vec{r}_1|$$

L'ensemble du milieu diffusant, de volume V, donne ainsi un potentiel de Hertz :

$$\vec{\Pi}_e = \int_V N(\vec{r}_1) \, \vec{\vec{\sigma}} \, \frac{\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}_1, t - R/c)}{R} \, dV_1 \qquad (1.3)$$

Nous supposerons, dans ce qui suit, une dépendance temporelle des champs en $e^{-i\omega t}$ (onde monochromatique) ce qui ne restreint nullement la généralité. Nous poserons donc :

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{E} \, e^{-i\omega t} \qquad \vec{\mathcal{E}}_i = \vec{E}_i \, e^{-i\omega t} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} = -i \frac{\omega}{c} = -i k_o \qquad (1.4)$$

Le champ total qui règne en chaque point de l'espace, somme du champ incident $\vec{E}_i$ et du champ $\vec{E}_d$, dû à toutes les ondelettes diffusées, s'écrit alors :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_i(\vec{r}) + (k_o^2 + \overrightarrow{\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}}) \int_V N(\vec{r}_1) \, \vec{\vec{\sigma}} \, \vec{E}(\vec{r}_1) \, \frac{e^{ik_oR}}{R} \, dV_1 \qquad (1.5)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_i(\vec{r}) - i k_o \, \vec{\nabla} \wedge \int_V N(\vec{r}_1) \, \vec{\vec{\sigma}} \, \vec{E}(\vec{r}_1) \, \frac{e^{ik_oR}}{R} \, dV_1 \qquad (1.6)$$

Tel est le principe de la méthode du champ self-consistant. (Dans ces équations, nous avons sous-entendu le facteur $e^{-i\omega t}$, et les opérations de dérivation sont à effectuer au point d'observation $\vec{r}$).

2.2 - Correction de Lorentz

Au lieu de faire la sommation sur le potentiel de Hertz pour écrire (1.3), on aurait pu calculer le champ élémentaire engendré par l'élément de vecteur de Hertz $d\vec{\Pi}_e$ et faire la sommation sur le champ. Le champ des ondelettes diffusées se serait alors écrit :

$$\vec{E}_d = \int_{V-\Sigma} (k_o^2 + \overrightarrow{\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}}) \, N(\vec{r}_1) \, \vec{\vec{\sigma}} \, \vec{E}(\vec{r}_1) \, \frac{e^{ik_oR}}{R} \, dV_1$$

A cause des opérateurs de dérivation qui se trouvent sous le signe somme, il faut extraire du volume d'intégration une petite sphère Σ centrée sur le point d'observation, ce qui était inutile dans le cas de (1.3). La contribution de cette sphère, dans la limite $\Sigma \longrightarrow 0$, n'est pas nulle. De façon plus précise [15] :

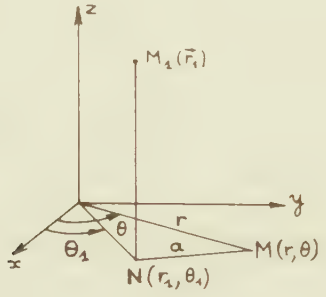
$$\vec{E}_d \xrightarrow[(\Sigma \to o)]{} (k_o^2 + \overrightarrow{\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}}) \int_V N(\vec{r}_1) \, \vec{\vec{\sigma}} \, \vec{E}(\vec{r}_1) \, \frac{e^{ik_oR}}{R} \, dV_1 + \frac{4\pi}{3} \, N(\vec{r}) \, \vec{\vec{\sigma}} \, \vec{E}(\vec{r})$$

Le terme correctif, connu sous le nom de correction de Lorentz [16], a une signification physique contestable : si nous avions pris un cylindre à la place de la sphère Σ, son expression dépendrait de la façon dont le cylindre tend vers 0. Une discussion approfondie, [16], [17], [18], montre que le champ effectif au sein du plasma est celui qui est donné par les équations de Maxwell et que la correction ne doit pas être faite, par opposition avec ce qui se passe pour les métaux.

2.3 - Séparation des polarisations

Nous prendrons l'axe Oz suivant l'axe du cylindre de plasma, et le plan xy, perpendiculaire à Oz, passant par le point d'observation $M(\vec{r})$. Les caractéristiques du plasma, en l'occurence le produit $N\vec{\sigma}$, ne dépendant pas de z, nous supposerons qu'il en est de même pour le champ incident (cas d'une onde plane à l'incidence normale, par exemple cf. ch. II). Dans ces conditions, la variable z n'intervient plus dans le problème, et la variable z_1, qui n'est contenue que dans l'expression e^{ik_oR}/R s'élimine par intégration, soit [19] :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik_oR}}{R}\, dz_1 = i\,\pi\, H_o^{(1)}(k_o a)$$



$H_o^{(1)}(k_o a)$ est la fonction de Hankel de première espèce et d'ordre 0, et a est la distance entre le point d'observation M et la projection N du point d'intégration M_1.

En utilisant les coordonnées polaires (r, θ) du plan xy, les équations (1.5,6) deviennent :

$$\vec{E}(r,\theta) = \vec{E}_1(r,\theta) + i\,\pi(k_o^2 + \vec{\nabla}\,\vec{\nabla})\int_S N\,\vec{\sigma}\,\vec{E}(r_1,\theta_1)H_o^{(1)}(k_o a)\; r_1\; dr_1\; .\; d\theta_1 \qquad (1.7)$$

$$\vec{H}(r,\theta) = \vec{H}_1(r,\theta) + \pi k_o\,\vec{\nabla} \wedge \int_S N\,\vec{\sigma}\,\vec{E}(r_1,\theta_1)H_o^{(1)}(k_o a)\; r_1\; .\; dr_1\; .\; d\theta_1 \qquad (1.8)$$

S est la section droite du cylindre.

L'intégrale intervenant dans (1.7,8) est un vecteur $\vec{A}$ indépendant de la variable z. La résolution de ce système se décompose donc en deux problèmes indépendants :

- polarisation parallèle. Les trois équations obtenues en projetant (1.7) sur Oz et (1.8) sur Ox et Oy ne font intervenir que la composante Az et peuvent être résolues en supposant que le champ électrique incident est dirigé suivant l'axe du cylindre.

- polarisation transverse. C'est le cas complémentaire : le champ électrique est dirigé perpendiculairement à l'axe.

2.4 - Equations finales.

Il est possible de séparer les variables r et θ en réalisant dans $\vec{A}$ l'intégration suivant θ_1. En effet, le théorème d'addition des fonctions de Bessel [19] permet de développer $H_n^{(1)}(k_o a)$ en série de Fourier :

$$H_o^{(1)}(k_o a) = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} H_n^{(1)}(k_o r)\; J_n(k_o r_1)\; e^{in(\theta-\theta_1)} & r_1 < r \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} H_n^{(1)}(k_o r_1)\; J_n(k_o r)\; e^{in(\theta-\theta_1)} & r_1 > r \end{cases} \qquad (1.9)$$

avec $$a^2 = r^2 + r_1^2 - 2\,rr_1\cos(\theta-\theta_1)$$

J_n et $H_n^{(1)}$ sont les fonctions de Bessel et de Hankel de première espèce et d'ordre n. D'autre part, le champ total $\vec{E}$ devant être, physiquement, une fonction continue de r et θ, peut se développer en série de Fourier :

$$\vec{E} = E_o \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \vec{f}_n(r)\, e^{in\theta} \qquad (1.10)$$

En reportant (1.9, 10) dans $\vec{A}$ et compte tenu du fait que :

$$\int_o^{2\pi} e^{i(p-n)\theta_1}\, d\theta_1 = 0 \quad \text{si} \quad n \neq p$$
$$= 2\pi \quad \text{si} \quad n = p$$

on obtient finalement les équations suivantes pour le champ électromagnétique total :

$$\vec{E}(r,\theta) = E_o \sum_{-\infty}^{+\infty} \vec{f}_n(r)\, e^{in\theta} = \vec{E}_i(r,\theta) + 2i\pi^2 E_o (k_o^2 + \overrightarrow{\vec{\nabla}\,\vec{\nabla}}) \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{in\theta} \times$$
$$\times \left[H_n^{(1)}(k_o r) \int_o^r N \vec{\vec{\sigma}}\, \vec{f}_n(r_1)\, J_n(k_o r_1)\, r_1\, dr_1 + J_n(k_o r) \int_r^R N \vec{\vec{\sigma}}\, \vec{f}_n(r_1)\, H_n^{(1)}(k_o r_1)\, r_1\, dr_1 \right] \qquad (1.11)$$

$$\vec{H}(r,\theta) = \vec{H}_i(r,\theta) + 2\pi^2 E_o k_o \vec{\nabla} \wedge \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{in\theta} [\ldots] \qquad (1.12)$$

Ici R est le rayon du cylindre de plasma. Dans (1.12) l'expression entre crochets est la même que celle de (1.11). Si le point d'observation M(r, θ) est extérieur au plasma (r > R), la première intégrale de (1.11) se prend de 0 à R, tandis que la deuxième est nulle.

3 - RESOLUTION PAR LES EQUATIONS DE MAXWELL.

3.1 - Polarisation parallèle.

Il est également possible de résoudre ce problème en utilisant directement les équations de Maxwell [7], [20] qui, à l'intérieur du plasma, et pour une dépendance temporelle en $e^{-i\omega t}$, se réduisent à [21] :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = i k_o \vec{B} \qquad (1.13) \qquad\qquad \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = -i k_o \vec{\vec{\varepsilon}}\, \vec{E} \qquad (1.14)$$

La constante diélectrique relative $\vec{\vec{\varepsilon}}$, tensorielle en général, a la forme (cf § 4) :

$$\vec{\vec{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}$$

D'autre part, le plasma n'étant pas magnétique, $\vec{B} = \vec{H}$.

Ces équations, écrites en coordonnées cylindriques r, θ, z, deviennent, puisque $\frac{\partial}{\partial z} \equiv 0$:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \theta} = i k_o H_r \qquad (1.13a) \qquad\qquad \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \theta} = -i k_o [\varepsilon_1 E_r + i \varepsilon_2 E_\theta] \qquad (1.14a)$$

$$-\frac{\partial E_z}{\partial r} = i k_o H_\theta \qquad (1.13b) \qquad\qquad -\frac{\partial H_z}{\partial r} = -i k_o [-i \varepsilon_2 E_r + \varepsilon_1 E_\theta] \qquad (1.14b)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}(r E_\theta) - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_r}{\partial \theta} = i k_o H_z \qquad (1.13c) \qquad\qquad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r H_\theta) - \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial \theta} = -i k_o \varepsilon_z E_z \qquad (1.14c)$$

Comme précédemment, le problème se décompose en deux parties indépendantes. Les équations (1.13a, 13b, 14c) donnent la polarisation parallèle et conduisent pour Ez à l'équation :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \theta^2} + k_o^2 \varepsilon_z E_z = 0 \qquad (1.15)$$

(1.15) n'est autre que l'équation de propagation des ondes écrite en géométrie cylindrique, pour un milieu de constante diélectrique relative $\varepsilon_z(r)$ variable, et nous la retrouverons au chapitre II. Pour achever de déterminer E_z, il faut résoudre (1.15) à l'extérieur du plasma, et raccorder les deux solutions par des conditions aux limites appropriées (continuité de E_z et H_θ), ce qui fait intervenir alors la structure du champ incident.

3.2 - Polarisation transverse.

Du fait du caractère tensoriel de $\vec{\vec{\varepsilon}}$, le cas de la polarisation transverse est plus complexe. L'élimination des composantes E_r et E_θ entre les équations (1.13c, 14a, 14b) donne une équation ne faisant intervenir que la composante H_z du champ électromagnétique :

$$f(r) \cdot \frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr}\,[r\, f(r)]\, \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 H_z}{\partial \theta^2} - i k_o \frac{g'(r)}{r} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial \theta} + k_o^2 H_z = 0 \qquad (1.16)$$

avec

$$f(r) = \frac{\varepsilon_1(r)}{\varepsilon_1^2(r) - \varepsilon_2^2(r)} \quad , \quad g(r) = \frac{\varepsilon_2(r)}{\varepsilon_1^2(r) - \varepsilon_2^2(r)}$$

Qu'il y ait ou non un champ magnétique statique qui rende le plasma anisotrope, cette équation ne se réduit à l'équation de propagation des ondes que pour un milieu homogène. Comme pour la polarisation parallèle, il faut encore résoudre (1.16) à l'extérieur du plasma et raccorder les deux solutions à la frontière plasma-vide en écrivant la continuité des deux composantes H_z et E_θ.

On peut retrouver (1.16) par la méthode du champ self-consistant : il suffit d'éliminer le champ électrique $\vec{E}$ dans (1.12) grâce à la relation de Maxwell :

$$\vec{E} = - \frac{1}{i k_o} (\vec{\vec{\varepsilon}}^{-1}) \vec{\nabla} \wedge \vec{H}.$$

3.3 - Comparaison des deux méthodes.

Bien que la résolution de ce problème de diffraction semble plus immédiate par les équations de Maxwell, la méthode du champ self-consistant est plus intéressante. En effet, on peut la décomposer en deux étapes successives :

- l'étude de la diffusion par une particule élémentaire, diffusion qui n'a pas besoin d'être classique et que nous avons caractérisée par un simple coefficient, la polarisabilité.

- la combinaison de toutes les ondelettes diffusées avec l'onde incidente, ce qui ne fait intervenir que les équations de Maxwell dans le vide par l'intermédiaire du vecteur de Hertz.

Le problème de la correction de Lorentz se pose également dans la résolution des équations de Maxwell dans le plasma, car il faut distinguer entre le champ effectif, c'est-à-dire le champ qui agit sur une particule, et le champ moyen, ou champ observé, qui est donné par les équations de Maxwell [15], la différence entre ces deux champs étant précisément la correction de Lorentz.

Par ailleurs, les équations de Maxwell ne sont pas suffisantes : il faut leur adjoindre des conditions aux limites à la frontière plasma-vide, et vérifier que les solutions obtenues satisfont aux conditions de rayonnement à l'infini (onde sortante : [21]). C'est inutile pour la méthode self-consistante, car les conditions aux limites sont incluses dans les équations (1.11) et (1.12) qui sont des équations intégrales. D'autre part, la décomposition du champ diffusé en ondes cylindriques élémentaires à laquelle ces équations conduisent (cf éq. (1.11) pour $r > R$) satisfait automatiquement à la condition de rayonnement à l'infini.

Enfin, la méthode self-consistante permet d'obtenir directement certaines approximations (approximation de Born par ex. [7], et § II.2.2.) et de voir leur signification physique. Bien entendu, les deux méthodes sont strictement équivalentes [15] et conduisent aux mêmes résultats.

3.4 - Intérêt limité de la polarisation transverse.

Sachant que, dans une expérience de diffraction, nous pouvons choisir la polarisation de l'onde incidente, il reste à savoir ce que l'on peut attendre a priori de l'étude de l'une ou l'autre des polarisations mises en évidence en 2.3. Les quelques calculs faits jusqu'à présent [3], [20], l'ont

été pour la polarisation transverse et donnent essentiellement la section efficace de rétro-diffusion, c'est-à-dire la quantité d'énergie renvoyée par le plasma dans la direction d'où vient l'onde incidente. Ces calculs font apparaître trois types de résonances :

• résonance hybride supérieure. Elle se produit quand la fréquence incidente satisfait à la relation :

$$\omega_p^2 + \omega_c^2 = \omega^2$$

ω_c = fréquence gyromagnétique des électrons.

Cette résonance apparaît comme un point singulier de l'équation (1.16), mais elle semble dépendre relativement peu de la forme du profil de densité électronique dans le plasma.

• résonances multipolaires. Ces résonances, liées à la polarisation de l'onde incidente, se retrouvent par les conditions aux limites auxquelles doit satisfaire la solution de (1.16). Elles ont été très étudiées [22], en particulier la résonance dipolaire donnée par $\omega = \omega_p / \sqrt{2}$, mais elles sont surtout intéressantes pour des diamètres de la colonne de plasma inférieurs à la longueur d'onde.

• résonances géométriques. Elles sont liées de façon complexe au profil de densité et à l'intensité du champ magnétique, mais sont moins intenses que les autres.

Toutes ces résonances interfèrent, et les phénomènes deviennent difficiles à interpréter et à séparer dans le cas général. D'autre part, l'équation (1.16) conduit à des calculs numériques laborieux et difficiles à mettre en oeuvre (problèmes de convergence) : elle n'est exploitable que dans les cas particuliers ou en faisant des approximations.

C'est pourquoi nous avons préféré étudier en détail le cas de la polarisation parallèle. Nous éliminons ainsi l'influence du champ magnétique extérieur, et le champ électromagnétique diffracté n'est plus sensible qu'aux caractéristiques électroniques de la colonne de plasma.

4 - APPENDICE : CALCUL DE LA POLARISABILITE.

Dans ce paragraphe, on rappelle le principe du calcul de la polarisabilité d'un plasma, et la relation entre polarisabilité et constante diélectrique relative [16].

4.1 - Plasma isotrope et sans collisions.

Un électron soumis au champ électrique $\vec{\mathcal{E}} = \vec{E}\, e^{-i\omega t}$ prend un mouvement oscillatoire dont l'équation est :

$$m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = e\vec{\mathcal{E}} \qquad \text{ou} \qquad \vec{r} = -\frac{e}{m\omega^2}\vec{\mathcal{E}}$$

Ce faisant, on néglige l'influence des électrons voisins de l'électron considéré, ce qui revient à ne pas faire la correction de Lorentz. Cet électron oscillant, équivalent à un dipôle électrique, engendre la polarisation :

$$\vec{p} = e\vec{r} = \sigma\vec{\mathcal{E}}$$

D'où la polarisabilité

$$\sigma = -\frac{e^2}{m\omega^2}$$

La polarisabilité par unité de volume $N(r)\sigma$, est reliée à la constante diélectrique relative du plasma :

$$\varepsilon = 1 + 4\pi N(r)\sigma = 1 - \frac{\omega_p^2(r)}{\omega^2}$$

en utilisant la fréquence plasma :

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi N(r) e^2}{m}$$

4.2 - Polarisabilité avec collisions.

On tient compte de l'effet des collisions en remarquant qu'un électron a une vitesse ordonnée, dûe au mouvement oscillatoire imposé par le champ $\vec{\mathcal{E}}$, et une vitesse d'agitation thermique, vitesse qui est désordonnée par suite des collisions de l'électron avec les particules lourdes. On montre alors que l'effet moyen des collisions, de fréquence ν, est d'introduire, dans l'équation du mouvement de l'électron, un terme de frottement, proportionnel à la vitesse ordonnée :

$$m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + m\nu \frac{d\vec{r}}{dt} = e\vec{\mathcal{E}}$$

Dans ce cas, la polarisabilité par unité de volume et la constante diélectrique sont données par :

$$\varepsilon = 1 + 4\pi N(r)\sigma \quad 1 - \frac{\omega_p^2(r)}{.[\omega + i\nu(r)]}$$

ν est la somme de deux termes :

- la fréquence de collisions électron-ion, $\nu_{e\text{-}i}$, proportionnelle à la densité électronique [12] ;

- la fréquence de collisions électron-neutre, $\nu_{e\text{-}M}$, indépendante de la densité électronique.

On écrira donc :

$$\nu = \nu_{e\text{-}i}(r) + \nu_{e\text{-}M}$$

4.3 - Plasma anisotrope.

Un champ magnétique statique, $\vec{B}_o$, modifie lui aussi l'équation du mouvement oscillatoire de l'électron :

$$m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + m\nu \frac{d\vec{r}}{dt} = e\left(\vec{\mathcal{E}} + \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{B}_o\right)$$

Cette équation donne une relation tensorielle entre la polarisation et le champ électrique, qui permet de calculer la polarisabilité par unité de volume. En particulier, pour un champ magnétique $\vec{B}_o$ dirigé suivant l'axe du cylindre :

$$N(r)\vec{\vec{\sigma}} = -\frac{1}{4\pi} \begin{vmatrix} \frac{(\omega_p^2/\omega^2)(1 + i\nu/\omega)}{(1 + i\nu/\omega)^2 - \omega_c^2/\omega^2} & \frac{i\omega_c/\omega \times \omega_p^2/\omega^2}{(1 + i\nu/\omega)^2 - \omega_c^2/\omega^2} & 0 \\ -\frac{i\omega_c/\omega \times \omega_p^2/\omega^2}{(1 + i\nu/\omega)^2 - \omega_c^2/\omega^2} & \frac{(\omega_p^2/\omega^2)(1 + i\nu/\omega)}{(1 + i\nu/\omega)^2 - \omega_c^2/\omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega_p^2/\omega^2}{1 + i\nu/\omega} \end{vmatrix} \qquad (1.18)$$

ω_c est la fréquence gyromagnétique électronique, eB_o/m. La constante diélectrique relative est également tensorielle :

$$\vec{\vec{\varepsilon}} = \vec{\vec{1}} + 4\pi N(r)\vec{\vec{\sigma}} \qquad (1.19)$$

CHAPITRE II

POLARISATION PARALLÈLE

L'effet d'anisotropie du plasma, provoqué par le champ magnétique statique, disparaît si le vecteur électrique de l'onde incidente est dirigé parallèlement à l'axe du cylindre, comme le montre (1.18). C'est ce qui fait l'intérêt de ce cas, car le champ diffusé par le plasma ne dépend plus que des caractéristiques électroniques de la colonne de plasma.

1 - DETERMINATION DU CHAMP DIFFUSE

1.1 - Onde incidente.

Dans ce chapitre, nous prendrons pour onde incidente une onde plane, à l'incidence normale sur le cylindre, et de vecteur électrique dirigé suivant Oz. L'axe Ox est choisi suivant la direction de propagation. Le vecteur électrique de l'onde est alors de la forme :

$$\vec{\mathcal{E}}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_o \end{pmatrix} e^{i(k_o x - \omega t)}$$

Si on sous-entend le facteur temporel $e^{-i\omega t}$, cette expression se développe en série de Fourier [21] :

$$E_{iz} = E_o e^{ik_o r\cos\theta} = E_o \sum_{-\infty}^{+\infty} i^n J_n(k_o r)\, e^{in\theta} \qquad (2.1)$$

r et θ sont les coordonnées polaires dans un plan de section droite.

L'onde plane est la forme d'onde la plus simple. Cependant une telle onde est difficile à réaliser expérimentalement. Nous verrons au chapitre III comment il est possible de perfectionner ce modèle théorique simple, pour se rapprocher de la structure des ondes réelles et pour utiliser ainsi les résultats obtenus pour une onde plane.

1.2 - Fonction radiale.

Le champ électrique total, également dirigé suivant Oz, est entièrement déterminé par la projection sur Oz de l'équation (1.11), ce qui donne, puisque $\frac{\partial}{\partial z} \equiv 0$:

$$E_z = E_o \sum_{-\infty}^{+\infty} f_n(r)\, e^{in\theta} = E_{iz} + 2i\pi^2 k_o^2 E_o \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{in\theta} \left[H_n^{(1)}(k_o r) \int_o^r N\sigma\, f_n(r_1)\, J_n(k_o r_1)\, r_1\, dr_1 + J_n(k_o r) \int_r^R N\sigma\, f_n(r_1)\, H_n^{(1)}(k_o r_1)\, r_1\, dr_1 \right]$$

Il suffit d'injecter (2.1) dans cette équation et d'identifier les coefficient de $e^{in\theta}$ pour obtenir une équation intégrale pour la fonction radiale :

$$\boxed{f_n(r) = i^n J_n(k_o r) + 2i\pi^2 k_o^2 H_n^{(1)}(k_o r) \int_o^r N\sigma\, f_n(r_1)\, J_n(k_o r_1)\, r_1\, dr_1 + 2i\pi^2 k_o^2 J_n(k_o r) \int_r^R N\sigma\, f_n(r_1)\, H_n^{(1)}(k_o r_1)\, r_1\, dr_1} \qquad (2.2)$$

Rappelons que (2.2) est valable en tout point de l'espace : à l'extérieur du plasma, la première intégrale se prend de 0 à R, la deuxième étant nulle. Enfin, d'après (1.18) :

$$N\sigma = -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\omega_P^2}{\omega(\omega + i\nu)} = -\frac{e^2}{m} \cdot \frac{N(r)}{\omega(\omega + i\nu)} \qquad (2.3)$$

En utilisant le Wronskien de deux fonctions de Bessel, la dérivation par rapport à r de (2.2) conduit à :

$$2i\pi^2 k_o^2 \int_o^r N\sigma f_n(r_1)\, J_n(k_o r_1)\, r_1\, dr_1 = \frac{\pi}{2i}\, r \left[J_n(k_o r) \frac{df_n}{dr} - k_o f_n(r)\, J_n'(k_o r) \right] \qquad (2.4)$$

Le prime derrière une fonction de Bessel indique la dérivation par rapport à l'argument total. (2.4) nous servira pour calculer le champ à l'extérieur du plasma. Une autre dérivation donne une équation différentielle à laquelle satisfait la fonction radiale :

$$\frac{d^2 f_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{df_n}{dr} + \left[k_o^2 (1 + 4\pi N\sigma) - \frac{n^2}{r^2} \right] f_n = 0 \qquad (2.5)$$

$\mu^2 = 1 + 4\pi N\sigma = \varepsilon$ est la constante diélectrique relative du plasma, quand il n'y a pas de champ magnétique statique. (2.5) est l'équation de propagation des ondes en géométrie cylindrique (cf(1.15)), mais écrite avec un indice de réfraction variable μ. Cette équation admet deux solutions linéairement indépendantes. Mais le champ électrique $\vec{E}$ étant continu pour r = 0, il ne faut retenir que la solution qui est continue pour r = 0.

1.3 - Conditions aux limites.

(2.5) n'est pas équivalente à (2.2), car elle ne définit $f_n(r)$ qu'à une constante multiplicative près, déterminée par les conditions aux limites qui sont contenues dans (2.2). On peut expliciter ces conditions aux limites de la façon suivante :

Si $\varphi(r)$ est une fonction donnée, et $\mathcal{C}_n(k_o r)$ une fonction cylindrique quelconque d'ordre n, (combinaison linéaire de fonctions de Bessel et de Hankel), Watson [19] montre que :

$$\int r\, \varphi(r)\, \mathcal{C}_n(k_o r)\, dr = r \left[\mathcal{C}_n(k_o r) \frac{dB(r)}{dr} - k_o B(r)\, \mathcal{C}_n'(k_o r) \right]$$

La fonction B(r) dépend de $\varphi(r)$ et de l'ordre n, mais ne dépend pas de la nature de la fonction cylindrique, comme on le voit par dérivation. Si on prend :

$$\varphi(r) = N\sigma f_n(r) \qquad \text{et} \qquad \mathcal{C}_n(k_o r) = J_n(k_o r)$$

on retrouve (2.4), avec $B(r) = f_n(r)$. Par conséquent, en prenant $\mathcal{C}_n = H_n^{(1)}(k_o r)$, on peut écrire de la même façon :

$$2i\pi^2 k_o^2 \int N\sigma\, f_n(r_1)\, H_n^{(1)}(k_o r_1)\, r_1\, dr_1 = \frac{\pi}{2i}\, r \left[H_n^{(1)}(k_o r) \frac{df_n}{dr} - k_o f_n(r)\, H^{(1)}(k_o r) \right] \qquad (2.6)$$

D'ailleurs, on retrouve l'équation différentielle (2.5) en dérivant (2.6). En reportant (2.4) et (2.6), prise de r à R, dans (2.2), on obtient une relation entre $f_n(r)$ et sa dérivée au point r = R, expression des conditions aux limites à la frontière plasma-vide :

$$\boxed{H_n^{(1)}(k_o R) \cdot \frac{df_n}{dr}(r = R) - k_o f_n(R)\, H_n^{(1)'}(k_o R) = \frac{2i^{n-1}}{\pi R}} \qquad (2.7)$$

Ces conditions aux limites ne sont pas autre chose que l'application à notre cas du théorème d'extinction d'EWALD-OSEEN [15], exprimant que le champ incident est entièrement compensé dans le plasma par le champ des dipôles qu'il induit à la surface.

(2.5) et (2.7) déterminent complètement le champ électrique à l'intérieur du plasma. En effet, si $y_n(r)$ est une solution continue pour r = 0 de (2.5), alors :

$$f_n(r) = \frac{2i^{n-1}}{\pi R} \times \frac{y_n(r)}{H_n^{(1)}(k_o R)\, y_n'(R) - k_o\, H_n^{(1)'}(k_o R)\, y_n(R)} \quad (r \leqslant R) \qquad (2.8)$$

1.4 - Amplitude de diffusion.

Pour r > R, (2.2) détermine le champ total à l'extérieur du plasma par sa fonction radiale:

$$f_n(r) = i^n J_n(k_o r) + 2 i \pi^2 k_o^2 H_n^{(1)}(k_o r) \int_o^R N \sigma f_n(r_1) J_n(k_o r_1) r_1 dr_1$$
$$= i^n J_n(k_o r) + a_n H_n^{(1)}(k_o r) \qquad (2.9)$$

Le coefficient a_n (intégrale de (2.9)), est donné par (2.4), compte tenu de l'expression (2.8) pour la fonction radiale à l'extérieur du cylindre.

En résumé, le champ électrique total à l'extérieur du plasma est :

$$E_z = E_o \sum_{-\infty}^{+\infty} [i^n J_n(k_o r) + a_n H_n^{(1)}(k_o r)] e^{in\theta} \qquad (2.10)$$

Le premier terme est l'onde incidente. Le second terme, onde diffusée, est déterminé par le coefficient a_n :

$$\boxed{a_n = - i^n b_n = - i^n \frac{J_n(X) y_n'(X) - J_n'(X) y_n(X)}{H_n^{(1)}(X) y_n'(X) - H_n^{(1)'}(X) y_n(X)}} \qquad (2.11)$$

$y_n(x)$ est une solution définie et continue pour x = 0 de :

$$\boxed{y_n''(x) + \frac{1}{x} y_n'(x) + \left[1 - \frac{\alpha \varphi(x)}{1 + i\beta\varphi(x) + i\gamma} - \frac{n^2}{x^2} \right] y_n(x) = 0} \qquad (2.12)$$

Dans (2.11, 12) n est un entier relatif

on a posé

$$x = k_o r \qquad X = k_o R = \frac{2\pi R}{\lambda} = \frac{\omega}{c} R$$
$$N(r) = N(0)\, \varphi(x) \qquad [\varphi(0) = 1,\ \varphi(X) = 0] \qquad (2.13)$$
$$\alpha = \frac{4\pi e^2 N(0)}{m\omega^2} = \frac{N(0)}{N_c} \quad ; \quad \frac{\nu(r)}{\omega} = \beta\varphi(x) + \gamma$$

Dans (2.11, 12), nous avons rapporté les longueurs à la longueur d'onde, la densité sur l'axe de la colonne à la densité critique N_c pour l'onde considérée (densité telle que $\omega_p = \omega$) et les fréquences de collisions à la fréquence de l'onde incidente. L'utilisation de ces variables réduites permet de mettre en évidence les lois de similitude de ce problème.

Bien que (2.10) soit valable dans tout l'espace extérieur au plasma, dans tous les cas pratiques, seul le champ à grande distance du plasma est intéressant : il permet de séparer l'influence des deux variables r et θ, et c'est le seul que nous mesurerons. On l'obtient en prenant le développement asymptotique des fonctions de Hankel [19] :

$$H_n^{(1)}(k_o r) \longrightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi k_o r}} \exp\left[i\left(k_o r - \frac{2n+1}{4} \pi \right) \right]$$

ce qui avec (2.11) donne :

$$\boxed{E_z \underset{(r \to \infty)}{=} E_o \left[e^{ik_o r\cos\theta} - \frac{e^{i(k_o r - \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{k_o r}} g(\theta) \right]} \qquad (2.14)$$

C'est donc la somme de l'onde plane incidente et d'une onde cylindrique "sortante", l'onde diffusée, qui est caractérisée par l'amplitude de diffusion g(θ) :

$$\boxed{g(\theta) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{-\infty}^{+\infty} b_n e^{in\theta} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[b_o + 2 \sum_1^{\infty} b_n \cos n\theta \right]} \qquad (2.15)$$

b_n est donné par (2.10). On vérifie enfin que E_z, donné par (2.14) satisfait à la condition de rayonnement à l'infini.

2 - CAS PARTICULIERS ET CAS LIMITES

Dans ce paragraphe, nous supposerons pour simplifier que la fréquence de collisions est nulle : la constante diélectrique relative du plasma est alors réelle. L'introduction d'une fréquence de collisions ne modifie d'ailleurs pas sensiblement les résultats.

2.1 - Cas particuliers.

Il est possible de résoudre exactement l'équation différentielle (2.12) pour quelques profils particuliers que nous allons passer en revue.

• profil rectangulaire. C'est le profil tel que $\varphi(x) = 1$ si $x < X$ et $\varphi(x) = 0$ si $x > X$: le plasma est homogène.

L'équation (2.12) ou (2.5) se réduit à l'équation différentielle de Bessel, et à l'intérieur du plasma, la fonction radiale est :

$$f_n(r) = J_n(kr) \quad , \quad k^2 = k_o^2 \varepsilon$$

On retrouve ainsi la solution donnée par PLATZMAN et OZAKI [3] pour un cylindre homogène.

• profil parabolique, soit $\varphi(x) = [1-(x/X)^2]$ pour $x < X$. On peut intégrer (2.5) en développant la fonction radiale dans le plasma en série entière de x [20] ; en fait la solution obtenue pose des problèmes de convergence, est trop complexe pour conduire à des conclusions simples et nécessite un calcul numérique. Cependant, elle se simplifie si la densité sur l'axe est égale à la densité critique ($\alpha = 1$). Alors

$$f_m(r) = J_{\left|\frac{n}{2}\right|}\left(\frac{k_o r^2}{2R}\right)$$

• profil hyperbolique, ou $\varphi(x) = K/x^2$, ce qui ramène encore (2.5) à l'équation différentielle de Bessel, et donne pour fonction radiale dans le plasma :

$$f_n(r) = J_{\pm\sqrt{n^2+K}}\ (k_o r)$$

Ce profil a été utilisé quelquefois [23], associé au profil rectangulaire, pour tenir compte du gradient de densité à la frontière d'un cylindre de plasma supposé uniforme, et peut également servir à représenter une gaine de plasma entourant un cylindre métallique.

Tous ces cas particuliers ne présentent qu'un intérêt limité, car nous avons été conduits à réaliser un programme de calcul numérique, valable quelle que soit la forme du profil. Dans les paragraphes qui suivent, nous allons étudier quelques cas limites, qui seront utiles par la suite pour expliquer le comportement du cylindre de plasma, et qui permettront de vérifier les calculs numériques faits dans le cas général (cf. chapitre IV).

2.2 - Approximation de Born.

Si la densité électronique au sein du plasma est assez faible, la perturbation apportée au champ incident par le plasma, c'est-à-dire le champ diffusé, est faible également. On peut alors raisonnablement supposer que le champ total dans le plasma, champ auquel est soumis un électron particulier, est pratiquement égal au champ incident, et calculer alors la faible perturbation qui en résulte à l'extérieur du plasma. Ceci revient donc à poser :

$$f_n(r) = i^n J_n(k_o r) \qquad \text{à l'intérieur du plasma.}$$

En reportant cette expression de $f_n(r)$ dans la définition (2.9) du coefficient a_n, on obtient, d'après (2.15) pour l'amplitude de diffusion :

$$g(\theta) = i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{in\theta} \int_o^X \alpha\,\varphi(x)\ J_n^2(x)\ x\ dx$$

ce qui, après inversion de la sommation et de l'intégration, se ramène à :

$$g(\theta) = i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \alpha \int_o^X \varphi(x)\ J_o\left(2x \sin\frac{\theta}{2}\right) x\ dx \qquad (2.16)$$

expression déjà obtenue par d'autres méthodes [7], [8]. On constate ainsi que :

- la phase de $g(\theta)$ est constante et égale à $\pi/2$
- le module de $g(\theta)$ est proportionnel à la densité sur l'axe (paramètre α)
- l'amplitude de diffusion frontale, c'est-à-dire le champ diffusé dans la direction du champ incident, est :

$$|g(\theta = 0)| = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \alpha X^2 \int_0^1 \varphi(t)\, t\, dt = K\alpha X^2 \qquad (2.17)$$

$|g(0)|$ est donc proportionnel au nombre d'électrons dans une section droite du cylindre, et ne dépend pas de la longueur d'onde incidente. Pour les différents profils que nous avons étudiés (cf chapitre IV) la constante K est égale à :

profil	rectangulaire	parabolique	de Bessel	cosinus carré	gaussien
$\varphi(x)$	1	$1-(x/X)^2$	$J_0(2,4\ x/X)$	$\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\ x/X\right)$	$\exp(-3x^2/X^2)$
$K = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^1 \varphi(t)\, t\, dt$	0,627	0,314	0,271	0,187	0,198

2.3 - Approximation B.K.W.

Par analogie avec la mécanique quantique, on peut obtenir une expression approchée de la fonction radiale dans le plasma, dans le cas où le gradient de densité (ou d'indice de réfraction) est petit à l'échelle de la longueur d'onde dans le plasma [24]. La même approximation se retrouve en optique géométrique avec l'équation "eikonale" [15]. Deux cas sont à distinguer :

$\alpha = N(0)/N_c < 1$

(2.5) est alors l'équation de propagation des ondes dans laquelle le nombre d'onde k dans le plasma, défini par $k^2 = k_0^2\varepsilon$, varie lentement sans que k^2 ne change de signe. "L'intégrale du chemin optique" donne alors la solution approchée :

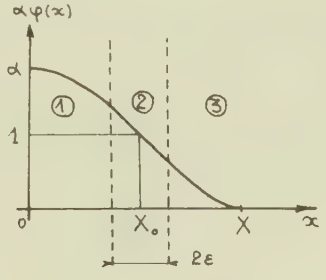
$$y_n(x) = J_n\left[\int_0^x \sqrt{1 - \alpha\varphi(x)}\ dx\right]$$

$\alpha = N(0)/N_c > 1$

La solution précédente n'est plus valable, car il existe maintenant un point X_0 dans le plasma, appelé point tournant et défini par :

$$\alpha\varphi(X_0) = 1$$

où la constante diélectrique s'annule, et où la longueur d'onde dans le plasma devient infinie. On peut cependant obtenir une solution approchée en partageant le plasma en trois régions (figure ci-contre).



- Région 1. La constante diélectrique reste constamment négative et on peut écrire :

$$f_n = I_n\left[\int_0^x \sqrt{\alpha\varphi(x) - 1}\ dx\right],\quad x \leqslant X_0 - \varepsilon \qquad (2.17)$$

I_n est la fonction de Bessel modifiée.

- Région 2. Dans ce domaine, on pose

$$1 - \alpha\varphi(x) = \alpha\varphi'(X_o) \cdot (x - X_o)$$

ce qui met la solution de (2.5) sous la forme [25] :

$$f_n = \chi\left[A\, J_{\frac{1}{3}}(\psi) + B\, J_{-\frac{1}{3}}(\psi)\right]$$

χ et ψ sont deux fonctions connues de $(x - X_o)$ et A et B, deux constantes déterminées en raccordant cette expression de f_n à (2.17) au point $X_o - \varepsilon$.

- Région 3. La constante diélectrique est ici positive et

$$f_n(r) = C\, J_n\left[\int_{X_o+\varepsilon}^{x} \sqrt{\alpha\varphi(x) - 1}\, dx\right] + D\, H_n^{(1)}\left[\int_{X_o+\varepsilon}^{x} \sqrt{\alpha\varphi(x) - 1}\, dx\right]$$

De la même façon, C et D sont calculés par le raccordement au point $X_o + \varepsilon$ de cette solution avec celle de la région 2. Pour obtenir la solution complète, il suffit maintenant de faire tendre ε vers 0.

Le principal intérêt de cette approximation est de permettre la mise en évidence du comportement métallique du plasma quand la densité électronique sur l'axe devient très élevée.

2.4 - Comportement métallique.

Pour examiner le comportement du plasma dans la limite $\alpha \longrightarrow \infty$, où la densité sur l'axe est très élevée, nous supposerons que le rayon X du plasma est assez grand pour que l'approximation B.K.W. soit valable. Nous sommes donc toujours dans le cas où il y a un point tournant X_o. Mais pour $\alpha \longrightarrow \infty$, $X_o \longrightarrow X$, quel que soit le profil, puisque :

$$\varphi(X_o) = 1/\alpha \qquad \text{et} \qquad \varphi(X) = 0 \qquad \text{par définition}$$

Nous pouvons donc négliger l'effet du point tournant et de la partie du profil $X_o + \varepsilon < x$ où l'indice de réfraction est réel. Dans ces conditions, la fonction radiale peut s'écrire :

$$y_n(x) = I_n\left[\int_o^x \sqrt{\alpha\varphi(x) - 1}\, dx\right] \qquad \text{d'après (2.17)}$$

A noter que cette expression est rigoureuse dans le cas du profil rectangulaire, pour lequel point n'est besoin de l'approximation B.K.W. Le calcul du champ diffracté (coefficient b_n) ne fait intervenir que le rapport $y_n'(X)/y_n(X)$. Or

$$y_n(X) = I_n\left[\sqrt{\alpha}\int_o^x \sqrt{\varphi(x) - 1/\alpha}\, dx\right] \simeq I_n\left[KX\sqrt{\alpha}\right]$$

$$\text{avec} \qquad K = \int_o^1 \sqrt{\varphi(t)}\, dt$$

Le développement asymptotique des fonctions de Bessel modifiées [19] conduit alors à :

$$\frac{y_n'(X)}{y_n(X)} \simeq \left(1 - \frac{1}{2KX\sqrt{\alpha}}\right) \cdot K\sqrt{\alpha}$$

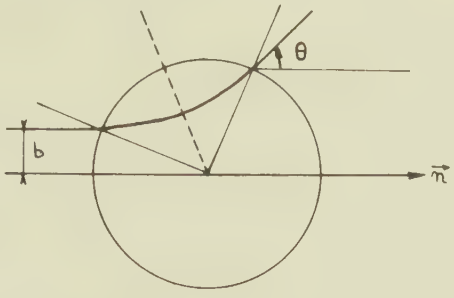
ce qui donne pour le coefficient b_n (2.11) la limite :

$$b_n \xrightarrow[\alpha\to\infty]{} \frac{J_n(X)}{H_n^{(1)}(X)} \qquad (2.18)$$

Le paramètre α et la forme $\varphi(x)$ du profil n'interviennent plus. Si on reporte (2.18) dans (2.10), on constate que le champ total est nul à la surface du plasma : le plasma se comporte donc comme un cylindre métallique, de même rayon X.

2. 5 - Optique géométrique.

Dans le cas de l'optique, la méthode B. K. W. conduit à l'équation "eikonale", qui à son tour permet l'introduction du concept de rayon lumineux [15]. Sous les mêmes conditions de validité que la méthode B. K. W. , ce concept est applicable ici, puisque le plasma se comporte comme un diélectrique. Nous devons donc chercher la trajectoire des rayons lumineux dans un milieu d'indice de réfraction μ variable [9] - [11], puis raccorder le point de vue de l'optique géométrique à notre traitement.



On remplace donc l'onde incidente par un faisceau de rayons parallèles à la direction de l'onde incidente $\vec{n}$. Si b est le paramètre d'impact d'un rayon lumineux, la loi de Descartes donne l'équation différentielle de la trajectoire d'un rayon lumineux :

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r\sqrt{\mu^2(r) \cdot r^2 - b^2}}{b}$$

Par raison de symétrie, la trajectoire a un point de plus courte approche du centre, défini par :

$$\mu^2(r_{min})\, r_{min}^2 - b^2 = 0$$

La déviation du rayon lumineux est alors :

$$\theta = \pi - 2 \text{ Arc sin } \frac{b}{R} - 2 \int_{r_{min}}^{R} \frac{b\,dr}{r\sqrt{\mu^2 r^2 - b^2}}$$

Cette relation entre l'angle de déviation et le paramètre d'impact permet de calculer la section efficace différentielle de diffusion, $\sigma(\theta)$, qui est reliée à l'amplitude de diffusion $g(\theta)$ (cf § III. 1).

$$\sigma(\theta) = \frac{db}{d\theta} = \frac{|g(\theta)|^2}{k_o} \qquad (2.19)$$

La phase de $g(\theta)$ est déterminée par le déphasage que subit le rayon lumineux à la traversée du plasma, c'est-à-dire l'intégrale du chemin optique le long de la trajectoire :

$$\int_{\text{trajectoire}} \mu\, ds = 2 \int_{r_{min}}^{R} \frac{\mu^2 dr}{\sqrt{\mu^2 r^2 - b^2}}$$

L'optique géométrique ne donne ainsi que le champ à grande distance du plasma, et néglige également le caractère vectoriel de l'onde. Elle est sujette à caution dès que la densité sur l'axe dépasse la densité critique ($\alpha > 1$) : elle indique alors qu'un rayon, qui tombe sur la région du plasma où la constante diélectrique est négative, est réfléchi, bien que les ondes évanescentes du type (2. 17) qui existent dans cette région "impénétrable" peuvent très bien ressortir sans être complètement atténuées (cf § IV. 2. 3).

3 - INVERSION DU PROBLEME DE DIFFUSION

Nous avons caractérisé le champ diffusé à l'extérieur du plasma par l'amplitude de diffusion $g(\theta)$. En supposant que l'on sache mesurer expérimentalement $g(\theta)$ (cf chapitre V), le problème qui se pose est de remonter de $g(\theta)$ au profil de densité électronique de la colonne. Bien qu'à un

profil de densité, il ne corresponde qu'une seule amplitude de diffusion, il n'est pas possible, dans le cas général, de réaliser explicitement cette inversion. Le même problème se retrouve en mécanique quantique, quand il s'agit de déterminer la structure du potentiel diffuseur (dont l'analogue ici est le profil de densité) à partir de la section efficace différentielle $\sigma(\theta)$, mesurée soit en fonction de l'angle de diffusion, soit en fonction de l'énergie (dont le rôle est joué ici par la longueur d'onde). Cette inversion n'est possible que dans les deux cas limites suivants :

3.1 - Cas de l'approximation de Born.

Dans cette approximation, l'amplitude de diffusion (2.16) est assimilable à une transformée de Fourier-Bessel [21], de deux façons différentes :

• pour une onde incidente donnée, la transformation de Fourier-Bessel porte sur l'angle θ, et l'inversion de (2.16) donne :

$$N(r) \quad \text{proportionnel à} \quad \int_0^\infty g(y)\, J_0(r\,y)\, y\, dy$$

avec ici $y = 2 \sin \frac{\theta}{2}$. Comme y ne peut croître que jusqu'à la valeur 2, la connaissance de $g(\theta)$, même de 0 à π, est insuffisante pour déterminer complètement le profil de densité.

• A un angle, différent de 0, par exemple π, l'amplitude de diffusion est fonction du nombre d'onde incident k_o :

$$g(\pi) = g_\pi(k_o) = K \int_\delta^\infty N(r)\, J_0(2\, k_o r)\, r\, dr$$

Un balayage en fréquence permet alors de connaître le profil de densité, en inversant cette expression :

$$N(r) = \frac{4}{K} \int_0^\infty g_\pi(k_o)\, J_0(2\, k_o r)\, k_o dk_o$$

Cette expression est la base d'une méthode de mesure de la densité, proposée et discutée par BARTHEL [26], mais qui n'a été suivie d'aucune application.

3.2 - Cas de l'optique géométrique.

Dans ce cas, l'inversion du problème de diffusion comprend deux étapes [9].

- passage de la section efficace différentielle $\sigma(\theta)$ [ou de $g(\theta)$] à la relation entre paramètre d'impact b et angle de déviation θ par (2.19).

- passage de la fonction $\theta(b)$ au profil de densité, ce qui se ramène à l'inversion d'une intégrale d'Abel.

La première étape soulève des difficultés de principe : quand la densité sur l'axe est inférieure à la densité critique ($\alpha < 1$), il existe un paramètre d'impact pour lequel l'angle de déviation est maximum, et la relation entre b et θ n'est plus biunivoque. Ceci se traduit par des oscillations de grande amplitude pour $\sigma(\theta)$, (oscillations qui subsistent d'ailleurs pour $\alpha > 1$, bien qu'alors la correspondance entre b et θ soit biunivoque, cf § IV.2).

Bien que l'on puisse surmonter théoriquement ces difficultés, cette méthode n'est exploitable que si on peut obtenir expérimentalement la fonction $\theta(b)$, ce qui n'est possible que dans des cas très particuliers.

CHAPITRE III

RAYONNEMENT A L'INFINI

Avant de perfectionner le modèle théorique simple de l'onde plane, pour nous rapprocher de la structure réelle des ondes incidentes utilisées en pratique, nous commencerons par faire le bilan d'énergie de ce problème de diffusion, et par calculer la perturbation apportée à l'onde incidente par la colonne de plasma.

1 - SECTIONS EFFICACES DE DIFFUSION

1.1 - Section efficace différentielle.

Le champ total à l'infini se décompose, d'après (2.14), en l'onde plane incidente, et une onde cylindrique diffusée, dont le vecteur électrique est :

$$E_d = - E_o \frac{e^{i(k_o r - \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{k_o r}} g(\theta)$$

L'énergie diffusée dans l'angle $d\theta$ autour de la direction θ, et à la distance r de l'axe de la colonne (r grand devant le diamètre de la colonne) est $E_d . E_d^* r\, d\theta$. Rapportée à la densité d'énergie incidente, elle définit la section efficace différentielle de diffusion :

$$\sigma(\theta) = \frac{|g(\theta)|^2}{k_o} \qquad (3.1)$$

$\sigma(\theta)$ a les dimensions d'une longueur : c'est une section efficace en cm^2, par cm de longueur du cylindre.

Dans le cas de l'optique géométrique, $\sigma(\theta)$ est liée à l'angle de déviation que subit un rayon lumineux à sa traversée du plasma : la puissance incidente contenue entre deux rayons lumineux parallèles, de paramètres d'impact b et b + db, est proportionnelle à db. Ces deux rayons sont déviés respectivement des angles θ et $\theta + d\theta$, et la conservation de l'énergie électromagnétique donne, en supposant qu'il n'y a pas de collisions :

$$\sigma(\theta) = \frac{db}{d\theta} \qquad (3.2)$$

L'énergie, prise en faisceau incident et rerayonnée dans tout l'espace, définit la section efficace totale de diffusion :

$$\sigma_d = \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{|g(\theta)|^2}{k_o} d\theta \qquad (3.3)$$

1.2 - Flux du vecteur de Poynting et bilan d'énergie.

Le flux d'énergie W, qui sort de la surface latérale S d'un cylindre de rayon ρ grand devant le rayon R du plasma, et de même axe que la colonne de plasma, est égal à la partie réelle du flux à travers cette surface S du vecteur de Poynting, moyenné sur le temps, [15], c'est-à-dire :

$$W = \frac{c}{8\pi} \mathcal{R}_e \int_S < \vec{E} \wedge \vec{H}^* > dS \qquad \mathcal{R}_e = \text{partie réelle}$$

Le vecteur de Poynting $< \vec{E} \wedge \vec{H}^* >$ correspondant au champ électromagnétique total $\vec{E}$, $\vec{H}$, comprend trois termes :

$< \vec{E}_i \wedge \vec{H}_i^* >$ champ incident $\longrightarrow$ flux d'énergie W_i

$< \vec{E}_d \wedge \vec{H}_d^* >$ champ diffusé $\longrightarrow$ flux d'énergie W_d

$< \vec{E}_i \wedge \vec{H}_d^* + \vec{E}_d \wedge \vec{H}_i^* >$ $\longrightarrow$ flux d'énergie W'

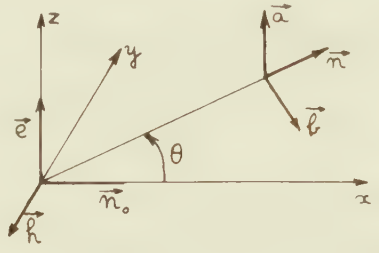
La loi de conservation de l'énergie électromagnétique entraine que ce flux sortant W est égal en grandeur au taux d'absorption W_a de l'énergie électromagnétique par le plasma :

$$W = W_i + W_d + W' = - W_a$$

Comme le milieu entourant le plasma est le vide, $W_i = 0$ et :

$$W_d + W_a = - W' = - \frac{c}{8\pi} \mathcal{R}_e \int_S (\vec{E}_i \wedge \vec{H}_d^* + \vec{E}_d \wedge \vec{H}_i^*) \vec{n} \, dS \qquad (3.4)$$

$\vec{n}$ est un vecteur unitaire, porté par la normale au cylindre S, et dirigé vers l'extérieur. W' est donc l'énergie prise à l'onde incidente, soit par diffusion, soit par absorption par le plasma. Avec les notations de la figure :



$$\vec{E}_i = \vec{e}\, e^{ik_o \vec{n}_o \vec{r}} \qquad \vec{H}_i = \vec{h}\, e^{ik_o \vec{n}_o \vec{r}}$$

$$\vec{E}_d = \vec{a}(\vec{n}) \frac{e^{ik_o r}}{\sqrt{k_o r}} \qquad \vec{H}_d = \vec{b}(\vec{n}) \frac{e^{ik_o r}}{\sqrt{k_o r}}$$

avec

$$\vec{a}(\vec{n}) = e^{\frac{3i\pi}{4}} g(\theta)\vec{e} \;, \quad \vec{b} = \sqrt{\varepsilon_o}\, \vec{n} \wedge \vec{a}$$

en utilisant la forme (2.14) pour le champ diffusé qui est cylindrique. Par suite, sur le cylindre S :

$$(\vec{E}_i \wedge \vec{H}_d^*)\vec{n} = e^{ik_o \rho \cos\theta} \times \frac{e^{-ik_o \rho}}{\sqrt{k_o \rho}} \sqrt{\varepsilon_o} (\vec{e} \cdot \vec{a}^*)$$

$$(\vec{E}_d \wedge \vec{H}_i^*)\vec{n} = e^{-ik_o \rho \cos\theta} \times \frac{e^{ik_o \rho}}{\sqrt{k_o \rho}} \sqrt{\varepsilon_o} \cdot \cos\theta (\vec{e} \cdot \vec{a})$$

L'intégrale (3.4) se calcule facilement, en remarquant que l'onde plane peut se mettre sous la forme :

$$e^{ik_o \rho \cos\theta} \underset{\rho \to \infty}{\simeq} \sqrt{\frac{2\pi}{k_o \rho}} \cdot e^{-i\frac{\pi}{4}} [e^{ik_o \rho}\, \delta(\theta) + i e^{-ik_o \rho}\, \delta(\pi - \theta)]$$

où $\delta(\theta)$ est la distribution de Dirac. Ceci signifie que pour le champ incident, toute l'énergie vient de la gauche ($\theta = \pi$, sens $x < 0$) et s'en va en totalité vers la droite ($\theta = 0$). Tous ces résultats reportés dans (3.4) donnent, tous calculs faits :

$$W_a + W_d = \sqrt{\frac{\varepsilon_o}{8\pi}} \cdot \frac{c}{k_o} \mathcal{R}_e[g(0)] = \frac{c\sqrt{\varepsilon_o}}{2\pi k_o} \sum_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_e(b_n)$$

On définit une section efficace (totale) d'extinction en rapportant $W_a + W_d$ au taux d'énergie incidente $|< \vec{S}_i >|$ sur une surface unité, perpendiculaire à la direction de propagation :

$$\sigma_{ext} = \frac{W_a + W_d}{|< \vec{S}_i >|} = \frac{\sqrt{8\pi}}{k_o} \mathcal{R}_e[g(0)] = \frac{4}{k_o} \sum_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_e b_n \qquad (3.5)$$

Cette section efficace d'extinction mesure l'énergie prise au faisceau incident par diffusion et par absorption au sein du plasma.

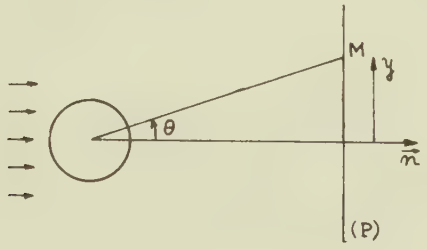
1.3 - Coefficients d'efficacité.

VAN DE HULST, [27], obtient le même résultat, de façon plus intuitive, en calculant la puissance reçue sur un écran P, perpendiculaire à la direction de propagation, et situé à grande distance de la colonne. Pour un point M de cet écran, le champ total (2.14) s'écrit :

$$E_z = E_o e^{ik_o x} \left[1 - \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{k_o r}} g(0) \cdot e^{ik_o \frac{y^2}{2r}} \right]$$

en supposant θ assez petit pour que :

$$g(\theta) \# g(0) \qquad \text{et} \qquad r = OM \sim x + \frac{y^2}{2r}$$



La puissance totale reçue sur l'écran P s'obtient en intégrant $(E_z \times E_z^*)$ sur tout l'écran : elle est plus faible qu'en l'absence de plasma, et la fraction de puissance enlevée au faisceau incident par le phénomène de diffraction, et rapportée à la densité d'énergie incidente, donne la section efficace d'extinction :

$$\sigma_{ext} = \int_P \frac{2}{\sqrt{k_o r}} \mathcal{R}_e[g(0)\, e^{-i\frac{\pi}{4}} \cdot e^{i\frac{k_o y^2}{2r}}]\, dy$$

En supposant l'écran assez grand pour qu'on puisse intégrer de $-\infty$ à $+\infty$, on est ramené à une intégrale de Fresnel

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\frac{k_o y^2}{2r}}\, dy = e^{i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{2\pi r}{k_o}}$$

ce qui redonne bien (3.5). Cette section efficace indique donc dans quelle mesure le plasma a réussi à éteindre le faisceau incident derrière lui. Cette présentation moins rigoureuse que celle du paragraphe précédent, sera justifiée sur le plan expérimental, et fournira ainsi l'un des principes de la méthode de mesure par diffraction des caractéristiques d'un cylindre de plasma. (cf § V.4).

Il est commode de rapporter les sections efficaces d'extinction (3.5) et de diffusion (3.3) à la section géométrique de l'obstacle diffusant, en l'occurence le diamètre 2R du cylindre. On définit ainsi les coefficients d'efficacité correspondants :

Coefficient d'extinction

$$Q_{ext} = \frac{\sqrt{2\pi}}{X} \cdot \mathcal{R}_e[g(0)] = \frac{2}{X} \sum_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_e(b_n) \qquad (3.6)$$

Coefficient de diffusion

$$Q_{dif} = \frac{1}{X} \int_0^{\pi} |g(\theta)|^2 \, d\theta = \frac{2}{X} \sum_{-\infty}^{+\infty} |b_n|^2 \qquad (3.7)$$

avec $X = k_0 R$. On peut retrouver (3.7) en calculant le flux W_d du vecteur de Poynting $< \vec{E}_d \wedge \vec{H}_d^* >$ du champ diffusé, et en rapportant W_d au taux d'énergie incidente $|< \vec{S}_i >|$.

S'il n'y a pas de collisions, on vérifie que toute l'énergie prise à l'onde incidente est re-diffusée par le plasma, c'est-à-dire que $Q_{ext} = Q_{dif}$. En effet, la constante diélectrique du plasma étant réelle, les fonctions radiales $y_n(x)$ sont réelles, et le coefficient b_n (2.11) peut s'écrire :

$$b_n = \frac{1}{1 + id_n} \qquad \text{avec} \qquad d_n = \frac{Y_n(X)y_n'(X) - Y_n'(X)y_n(X)}{J_n(X)y_n'(X) - J_n'(X)y_n(X)} \qquad \text{(quantité réelle)}$$

(Dans 2.11, on a décomposé la fonction de Hankel : $H_n^{(1)} = J_n + i Y_n$). Par suite :

$$\mathcal{R}_e(b_n) = \frac{1}{1 + d_n^2} = |b_n|^2$$

S'il y a des collisions

$$Q_{ext} = Q_{dif} + Q_{abs} \qquad (3.8)$$

en définissant de la même façon un coefficient d'absorption Q_{abs}.

1.4 - Application au rayonnement du plasma.

Dans les domaines hertzien et infra-rouge lointain, le rayonnement électromagnétique émis par les plasmas dépend principalement des propriétés macroscopiques du plasma : densité et température électronique essentiellement. Pour les plasmas dits "thermonucléaires", on explore ainsi le plus souvent le spectre émis entre 0,1 ω_p et 10 ω_p, et on compare les résultats expérimentaux avec ceux qu'on attendrait d'un plasma uniforme et maxwellien [14]. Le calcul du rayonnement émis par un tel plasma se fait en le supposant en forme de lame à faces parallèles, d'épaisseur L, et en supposant que l'optique géométrique est applicable, ce qui donne l'intensité émise :

$$I_\omega = (1-\Gamma)\,(1-e^{\alpha L})\,B(\omega, T).$$

où $B(\omega, T)$ est la brillance du corps noir, Γ le coefficient de réflexion en puissance de la lame, et α L l'épaisseur optique du plasma.

Mis à part la question de l'équilibre thermodynamique, les hypothèses sur lesquelles repose cette formule ne sont guère valables pour les plasmas usuels : leur forme cylindrique et leur diamètre réduit rendent problèmatique la mesure (et même la signification physique) des coefficients de réflexion Γ et d'absorption $(1-e^{\alpha L})$. Enfin, l'optique géométrique ne s'applique pas au voisinage de ω_p.

Il est cependant possible de généraliser cette expression au cas d'un plasma de forme quelconque, et en partant directement des équations de Maxwell, au lieu d'utiliser l'optique géométrique. On montre alors [28] que la puissance émise, pour une polarisation donnée, est :

$$P_\omega = B(\omega, T) \cdot S.A_\omega$$

S est la projection de la surface limitant le plasma sur un plan perpendiculaire à la direction d'observation, et A_ω est la fraction de puissance absorbée par le plasma, quand on éclaire celui-ci par une onde plane, venant de la direction d'observation. Autrement dit, A_ω est proportionnel au coefficient d'extinction Q_{ext}. Comme nous avons obtenu Q_{ext} pour un cylindre de plasma de profil de densité quelconque, nous pouvons calculer ainsi le rayonnement émis avec une polarisation parallèle à l'axe du cylindre.

2 - ONDE INCIDENTE CYLINDRIQUE

Le champ électromagnétique diffusé dépend non seulement des caractéristiques du plasma, mais aussi de la structure de l'onde incidente. Or, dans la pratique, il est difficile de réaliser une onde plane proprement dite, à cause de son extension infinie. Nous allons donc considérer le modèle plus réaliste d'une onde incidente cylindrique, dont les surfaces d'onde sont parallèles à l'axe du plasma, ce qui permet de conserver la géométrie cylindrique, tout en tenant compte d'une limitation de l'onde incidente, transversalement à sa direction de propagation et à l'axe du cylindre de plasma.

2.1 - Spectre angulaire d'ondes planes.

Quelle que soit sa forme, le champ incident doit, en l'absence de plasma, satisfaire aux équations de Maxwell dans le vide, qui se ramènent à l'équation de propagation des ondes :

$$\frac{\partial^2 E_{zi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{zi}}{\partial y^2} + k_o^2 E_{zi} = 0$$

en supposant E_{zi} indépendant de z. On montre [15] que toute solution de cette équation peut se mettre sous la forme d'un spectre angulaire d'ondes planes

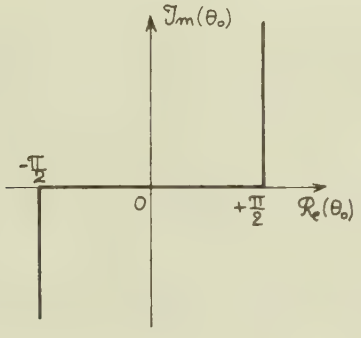
$$E_{zi} = E_o \int_c f(\theta_o)\, e^{ik_o r\cos(\theta-\theta_o)}\, d\theta_o \qquad (3.9)$$

C'est donc la somme d'ondes planes élémentaires, chaque onde plane d'amplitude $f(\theta_o)$ ayant une direction de propagation inclinée de θ_o par rapport à la direction du faisceau incident. θ_o est une variable d'intégration complexe, et $f(\theta_o)$, comme le contour C, sont choisis de façon que (3.9) satisfasse aux conditions aux limites, qui se réduisent à la donnée de E_{zi} sur l'axe Oy, puisque E_{zi} ne dépend pas de z. Nous poserons donc :

$$E_{zi}(x=0) = E_o A(k_o y) \qquad (3.10)$$

La distribution $A(k_o y)$ admet une transformée de Fourier $P(\mu)$ telle que :

$$A(k_o y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} P(\mu)\, e^{ik_o y\mu}\, d\mu \qquad (3.11)$$



Comme le champ E_{zi} est unique, (3.9) prise sur $Oy\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$ doit s'identifier à (3.11), ce qui est obtenu avec :

$$\mu = \sin\theta_o \longrightarrow f(\theta_o) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, P(\sin\theta_o)\cos\theta_o$$

et avec le contour d'intégration C ci-dessus. Dans tout l'espace, on a alors :

$$E_{zi} = \frac{E_o}{\sqrt{2\pi}} \int_c P(\sin\theta_o) \cos\theta_o e^{ik_o r \cos(\theta-\theta_o)} \, d\theta_o \qquad (3.12)$$

(3.12) contient des ondes inhomogènes : celles pour lesquelles θ_o est complexe (ou $|\sin\theta_o| > 1$). Elles disparaissent si $P(\mu) \equiv 0$ pour $|\mu| > 1$. Or une distribution $A(k_o y)$ dont la transformée de Fourier est à support borné n'est pas quelconque [29]. En particulier, elle ne peut passer de son maximum à son minimum sur un intervalle Δy plus court que $\lambda/2\pi$. Comme toutes les ondes en espace libre satisfont à ce critère, nous poserons :

$$P(\mu) \equiv 0 \qquad \text{si} \qquad |\mu| > 1 \qquad (3.13)$$

ce qui donne le champ incident dans tout l'espace :

$$\boxed{E_{zi} = \frac{E_o}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} P(\sin\theta_o) \cos\theta_o e^{ik_o r\cos(\theta-\theta_o)} \, d\theta_o} \qquad (3.14)$$

Le champ incident a ainsi la structure d'une onde cylindrique, dont les surfaces équiphases (surfaces d'onde) sont des cylindres d'axe Oz.

2.2 - Champ total à l'infini.

Les équations de la diffusion étant linéaires vis à vis du champ électromagnétique, jouissent de la propriété de superposition. Le champ total pour l'onde incidente (3.14) est ainsi la somme des champs totaux dûs à chaque onde plane élémentaire. Or l'onde plane élémentaire, définie par son angle de propagation θ_o, donne d'après (2.10) le champ total :

$$E_z(\theta_o) = \frac{E_o}{\sqrt{2\pi}} \cdot P(\sin\theta_o) \cos\theta_o \sum_{-\infty}^{+\infty} [i^n J_n(k_o r) + a_n H_n^{(1)}(k_o r)] \, e^{in(\theta-\theta_o)}$$

Comme les coefficients a_n sont des constantes indépendantes de θ_o, le champ total à l'infini dû à (3.14) est :

$$E_z = \frac{E_o}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} P(\sin\theta_o) \cos\theta_o \left[e^{ik_o r\cos(\theta-\theta_o)} - \frac{e^{i(k_o r - \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{k_o r}} g(\theta-\theta_o) \right] d\theta_o \qquad (3.15)$$

Il reste donc à déterminer le champ à l'infini pour l'onde incidente (3.14), c'est-à-dire la limite du premier terme de (3.15) pour $r \longrightarrow \infty$. Or, ce champ incident est engendré par la distribution de champ $A(k_o y)$ sur le plan $x = 0$; nous pouvons donc ramener ce problème à la détermination du diagramme de rayonnement à l'infini de l'ouverture rayonnante $x = 0$, éclairée par la distribution $A(k_o y)$. Ceci se fait en utilisant le principe de Kirchhoff et un calcul analogue à celui de STRATTON [21], mais transposé en géométrie cylindrique, donne :

$$E_{zi} \underset{r\to\infty}{\sim} E_o \frac{e^{i(k_o r - \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{k_o r}} \frac{1+\cos\theta}{2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(k_o y) \, e^{-ik_o y \sin\theta} \, d(k_o y)$$

Dans cette expression, l'intégrale n'est autre que la transformée de Fourier de $A(k_o y)$ pour $\mu = \sin\theta$ (inversion de 3.11). En reportant ce résultat dans (3.15), le champ total à l'infini dû à l'onde incidente (3.14) devient :

$$\boxed{E_{z(\infty)} = E_o \frac{e^{i(k_o r - \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{k_o r}} \left[\frac{1+\cos\theta}{2} P(\sin\theta) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} g(\theta-\theta_o) \, P(\sin\theta_o) \cos\theta_o \, d\theta_o \right]} \qquad (3.16)$$

Le champ diffusé apparaît maintenant comme le produit de convolution de l'amplitude de diffusion pour une onde plane, $g(\theta)$, avec $P(\sin\theta).\cos\theta$, qui caractérise le champ incident. Si on utilise le développement (2.15) de $g(\theta)$ en série trigonométrique, (3.16) peut s'écrire :

$$E_z = E_o \frac{e^{i(k_o r - \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{k_o r}} \left[\frac{1 + \cos\theta}{2} P(\sin\theta) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{-\infty}^{+\infty} b_n C_n e^{in\theta} \right] \quad (3.17)$$

avec

$$C_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} P(\sin\theta_o) \cos\theta_o \, e^{-in\theta_o} \, d\theta_o \quad (3.18)$$

Les coefficients C_n ne dépendent pas du plasma, mais uniquement du champ incident, et sont analogues à des coefficients de série de Fourier.

2.3 - Conséquences.

• Si $A(k_o y)$ varie assez lentement pour qu'on puisse la considérer comme constante sur tout le diamètre du plasma, alors $P(\mu)$ ne couvre qu'une faible bande de fréquences spatiales autour de $\mu = 0$. Autrement dit, $P(\sin\theta_o)$ est presque partout nulle, sauf pour $\theta_o \simeq 0$. Le produit de convolution de $g(\theta)$ avec $P(\sin\theta)\cos\theta$ redonne par suite pratiquement $g(\theta)$. Tout se passe comme si le plasma voyait une onde plane indéfinie, et (3.16) se réduit à :

$$\boxed{E_z = E_o \frac{e^{i(k_o r - \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{k_o r}} \left[\frac{1 + \cos\theta}{2} P(\sin\theta) - g(\theta) \right]} \quad (3.19)$$

C'est cette expression que nous utiliserons pour déterminer expérimentalement $g(\theta)$ (chapitre V). Elle n'est valable que si le diagramme de rayonnement du champ incident a une ouverture angulaire étroite, mais en dehors de cette ouverture angulaire, la puissance électromagnétique diffusée est donnée par $|g(\theta)|^2$.

• Champ incident et champ diffusé ont la même décroissance à l'infini en $1/\sqrt{r}$ par opposition avec le cas de l'onde incidente plane qui ne décroit pas à l'infini. (3.16) permet ainsi d'expliquer le phénomène de "coupure" : si le plasma est plus large que le faisceau incident et assez dense, on ne reçoit plus d'énergie électromagnétique dans la direction $\theta = 0$ (cf § IV.4.1).

• Sous réserve que ses variations ne soient pas trop rapides à l'échelle de la longueur d'onde, $A(k_o y)$ est quelconque. Elle peut être, en particulier, de la forme $A[k_o(y - y_o)]$, correspondant au cas où le faisceau incident est décalé par rapport à l'axe du plasma, et où on vise le plasma suivant une corde. Le calcul précédent reste valable : il suffit de remplacer $P(\mu)$ par la transformée $P_{y_o}(\mu)$ de $A[k_o(y - y_o)]$, soit :

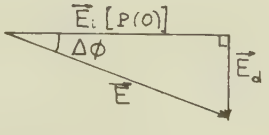
$$P_{y_o}(\mu) = e^{ik_o y_o \mu} P(\mu)$$

Ceci généralise le travail de J.G. WEGROWE [30] sans faire les hypothèses restrictives qu'il avait utilisées : densité faible, plasma optiquement mince, optique géométrique. (cf § IV.4.2).

2.4 - Phase de l'onde résultante dans l'approximation de Born.

Pour mettre en évidence l'effet de la géométrie cylindrique, nous allons comparer la phase de l'onde résultante (onde incidente + onde diffusée), avec celle que nous aurions obtenue, si le plasma était une lame à faces parallèles. Nous ferons cette comparaison dans le cas de l'approximation de Born (densité du plasma faible), et nous supposerons que le champ incident est assez large pour pouvoir appliquer (3.19). L'amplitude de diffusion $g(\theta)$ est alors donnée par (2.16) et (3.19) montre que le champ total à l'infini dans la direction du champ incident ($\theta = 0$) est proportionnel à :

$$\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_d \quad \text{prop. à} \quad P(0) - i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \alpha \int_o^x \varphi(x)\, x\, dx$$



Le champ diffusé a donc un retard de phase de $\pi/2$ par rapport au champ incident. Comme la densité (c'est-à-dire α) est faible,

$$|\vec{E}_d| \ll |\vec{E}_i| \qquad \text{et} \qquad |\vec{E}| \simeq |\vec{E}_i|$$

Le champ total est déphasé de $\Delta\Phi$ par rapport au champ incident :

$$\Delta\Phi = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \frac{\alpha}{P(0)}\ \int_o^X \varphi(x)\, x\, dx$$

$\Delta\Phi$ est donc proportionnel au nombre d'électrons dans une section droite du cylindre, et inversement proportionnel au gain P(0) de l'ouverture rayonnante en l'absence de plasma.

Dans le cas d'une lame à faces parallèles [16], l'effet du plasma se caractérise aussi par un vecteur électrique $\vec{E}_d$, retardé de $\pi/2$ par rapport au champ incident, mais le déphasage $\Delta\Phi'$ de l'onde transmise est donné par l'intégrale du chemin optique au travers de la lame :

$$\Delta\Phi' = 2\pi \int_o^X \alpha\varphi(x)\, dx$$

$\Delta\Phi'$ est donc proportionnel au nombre d'électrons le long d'un diamètre, et ne dépend pas de l'intensité du champ incident, puisque toute l'énergie électromagnétique incidente traverse la lame, par opposition au cas de la géométrie cylindrique.

3 - INFLUENCE DE LA VARIABLE Z SUR LA DIFFUSION.

Jusqu'à présent, nous avons supposé que le champ incident et le cylindre de plasma étaient uniformes suivant l'axe Oz, ce qui a permis d'éliminer la variable z. Il convient donc de regarder dans quelle mesure une limitation ou une inhomogénéité suivant z influent sur les résultats précédents. Nous en déduirons ainsi les critères de validité de la géométrie cylindrique.

3.1 - Plasma limité en hauteur.

On suppose que le plasma reste homogène suivant son axe, mais qu'il a une hauteur limitée L, grande par rapport à son diamètre 2R et à la longueur d'onde, et qu'il est éclairé par une onde plane. On peut alors distinguer trois zones différentes suivant la valeur relative de la distance D du point d'observation à l'axe du cylindre [27] :

• Zone proche : $D \ll (2R)^2/\lambda$. Tout se passe comme si le barreau était infini, mais comme le point d'observation est très près du cylindre, il faut prendre les expressions exactes (2.10) pour le champ à l'extérieur du plasma, dont le comportement, dans cette région, est très complexe.

• Zone cylindrique : $(2R)^2 \ll D\lambda \ll L^2$. Le champ diffusé a maintenant la structure d'une onde cylindrique, sauf au voisinage des extrémités du cylindre. La partie du cylindre, qui influe effectivement sur le champ diffusé à la distance D de l'axe, a une hauteur de l'ordre de $\sqrt{\lambda D} \ll L$.

• Zone lointaine : $L^2/\lambda \ll D$. Les bords du cylindre font sentir leur effet et le champ diffusé a alors la structure d'une onde sphérique :

$$E_d \text{ prop. à } \frac{e^{-ik_oD}}{k_oD}\ F\left(\frac{k_oL\psi}{2}\right)\ g(\theta)$$

avec $F(u) = \dfrac{\sin u}{u}$ et ψ = latitude géographique.

En conclusion, les résultats précédents sont applicables si la hauteur du plasma, son diamètre et la distance d'observation sont telles que :

$$(2R)^2 \ll \lambda D \ll L^2 \qquad (3.20)$$

De la même façon, si le champ incident est limité transversalement à l'axe, avec une largeur L_1, (3.19) est valable si :

$$L_1^2 \ll \lambda D \ll L^2 \qquad (3.21)$$

3. 2 - Plasma inhomogène suivant son axe.

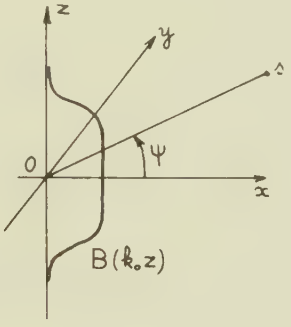
La non-homogénéité du plasma suivant son axe ne permet plus d'éliminer la variable z des équations de la diffusion, et la résolution exacte des équations (1. 5, 6) devient extrêmement difficile : même pour une onde incidente plane, de vecteur électrique parallèle à l'axe Oz, le champ diffusé n'est plus dirigé suivant Oz, mais a des composantes E_r et E_θ non nulles.

En supposant résolu le problème de la diffraction par un cylindre homogène suivant son axe, LANE et al [23] ont étudié de façon approchée l'effet d'un faible gradient axial de densité.

Bien qu'ils ne donnent que peu de résultats, et que leur étude soit approchée, on peut cependant en conclure qu'une inhomogénéité suivant l'axe n'a pas d'effet, si le gradient axial de densité est faible à l'échelle de la longueur d'onde dans le vide, ou de façon plus précise $(\lambda/N)\,(dN/dz) \ll 1$: il suffit alors de calculer le champ diffracté avec les résultats du chapitre II, comme si le plasma était homogène, mais en prenant les caractéristiques du plasma correspondant à la côte z du point d'observation.

3. 3 - Champ incident limité suivant l'axe du plasma.

Les ondes incidentes utilisées expérimentalement sont toujours des ondes sphériques à grande distance (décroissance de la puissance en $1/r^2$), puisque, par construction, elles sont limitées transversalement à leur direction de propagation. L'onde incidente cylindrique du § 2. 1. , qui tient compte d'une limitation transversalement à l'axe du plasma, n'est donc qu'un premier perfectionnement du modèle de l'onde plane indéfinie. Nous nous proposons donc d'examiner maintenant le cas d'une onde incidente limitée suivant l'axe du plasma. On peut décomposer une telle onde en un spectre angulaire d'ondes planes, par la même technique qu'au § 2, mais les ondes élémentaires obtenues sont des ondes planes à l'incidence oblique, pour lesquelles $\partial/\partial z \neq 0$ et comme leur vecteur électrique n'est plus parallèle à Oz, le champ électromagnétique diffracté aura des composantes E_r, E_θ et H_z non nulles.



Nous supposerons donc qu'au voisinage du plan x = 0, le champ électrique incident est de la forme :

$$E_{zi} = E_0 B(k_0 z)\, e^{i(k_0 x - \omega t)}$$

Il reste dirigé suivant Oz, mais son amplitude varie avec z. Comme au § 2, la distribution $B(k_0 z)$ engendre dans tout l'espace le champ incident :

$$E_{zi} = \frac{E_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} Q(\sin\psi_0)\cos\psi_0 \;.\; e^{ik_0 s\cos(\psi-\psi_0)}\, d\psi_0 \qquad (3.22)$$

où s et ψ sont les coordonnées polaires du plan (x, z) et $Q(\nu)$ la transformée de Fourier de B :

$$B(k_0 z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(\nu)\, e^{ik_0 z\nu}\, d\nu \qquad (3.23)$$

Ici, nous supposerons non seulement que $B(k_0 z)$ n'a pas de variations rapides à l'échelle de la longueur d'onde pour que (3. 22) soit valable, mais en plus que $B(k_0 z)$ varie assez lentement pour

que le spectre d'ondes planes ne couvre qu'une largeur angulaire $\Delta\psi$ faible. A titre indicatif, si $B(k_o z)$ représente la structure du champ au voisinage du foyer d'une lentille, $Q(\sin\psi_o)$ est un échelon unité de largeur angulaire inversement proportionnelle à la largeur de la tache focale [15]. Pour une tache focale large de 3 longueurs d'onde, $Q(\sin\psi_o) = 0$ si $\psi_o \geqslant 17°,5$ ($\sin^2\psi_o = 0,1$). Cette restriction est donc parfaitement justifiée dans la plupart des cas expérimentaux, et nous pouvons nous limiter ainsi au premier ordre en ψ_o.

Il ne reste plus qu'à étudier la diffraction d'une onde plane faisant l'angle d'incidence ψ_o avec Oz. WILHELMSSON [4] et SAMADDAR [5] ont étudié ce problème en supposant que le cylindre de plasma est homogène (densité électronique constante). Leurs résultats, limités au premier ordre en ψ_o (et pour un champ magnétique statique faible) permettent d'écrire le champ électromagnétique diffracté à l'extérieur du plasma :

$$\left.\begin{aligned} E_{zd}(\psi_o) &= \frac{E_o}{\sqrt{2\pi}} \cdot Q(\sin\psi_o)\cos\psi_o\, e^{ik_o z\sin\psi_o} \sum_{-\infty}^{+\infty} a_n H_n^{(1)}(k_\perp r)\, e^{in\theta} \\ H_{zd}(\psi_o) &= \frac{E_o}{Z_o} \cdot \frac{Q(\sin\psi_o)}{\sqrt{2\pi}} \sin\psi_o\, e^{ik_o\sin\psi_o} \sum_{-\infty}^{+\infty} \beta_n H_n^{(1)}(k_\perp r)\, e^{in\theta} \end{aligned}\right\} \qquad (3.24)$$

où Z_o est l'impédance du vide, et avec $k_\perp = k_o\cos\psi_o \simeq k_o$. Le coefficient a_n n'est autre que le coefficient (2.11) pris pour un profil de densité uniforme. Le coefficient β_n, comme a_n, ne dépend que des caractéristiques du plasma, et non de l'angle d'incidence ψ_o. Les autres composantes du champ diffracté, E_{rd}, $E_{\theta d}$, H_{rd} et $H_{\theta d}$, s'en déduisent par les équations de Maxwell dans le vide.

Pour avoir le champ total, dû à la distribution $B(k_o z)$, il faut intégrer (3.24) sur ψ_o. Or, $Q(\sin\psi_o)$ est une fonction paire de ψ_o par construction. Les composantes E_{rd}, $E_{\theta d}$ et H_{zd} qui contiennent $\sin\psi_o$ en facteur, sont des fonctions impaires de ψ_o et s'annulent par intégration. Les seules composantes non nulles du champ diffracté sont E_{zd}, H_{rd}, $H_{\theta d}$, comme pour une onde indéfinie. Par exemple :

$$E_{zd} = \frac{E_o}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} Q(\sin\psi_o)\cos\psi_o\, e^{ik_o z\sin\psi_o}\, d\psi_o \sum_{-\infty}^{+\infty} a_n H_n^{(1)}(k_\perp r)\, e^{in\theta}$$

A grande distance du plasma, et en utilisant (2.14) :

$$E_{zd}(\infty) \simeq -\frac{E_o}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{g(\theta)\, e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{k_o r}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} Q(\sin\psi_o)\cos\psi_o \cdot e^{ik_o r\cos(\psi-\psi_o)}\, d\psi_o$$

Dans cette expression, l'intégrale n'est autre que le rayonnement à l'infini de la distribution de champ $B(k_o z)$ que nous pouvons calculer comme au § 2.2., soit en appelant ρ la distance du point d'observation à l'origine, et puisque $\cos\psi_o \simeq 1$:

$$E_{zd}(\infty) \sim E_o \frac{e^{i(k_o\rho - \pi/2)}}{k_o\rho} Q(\sin\psi)\, g(\theta)$$

En conclusion, si le champ incident s'étale suivant Oz sur plusieurs longueurs d'onde ou plus, l'onde diffractée devient une onde sphérique, mais reste caractérisée par l'amplitude de diffusion $g(\theta)$, comme pour une onde plane. Ce résultat est valable pour un profil de densité quelconque, puisque le coefficient a_n est formellement le même que celui de (2.11).

Si on combine ces résultats avec ceux du § 2, on peut également tenir compte d'une limitation transversalement à l'axe du cylindre, en même temps qu'une limitation suivant Oz. Autrement dit, si, au voisinage du plan $x = 0$, le champ incident est donné par :

$$E_{zi} = E_o A(k_o y)\, B(k_o z)\, e^{i(k_o x - \omega t)}$$

le champ total à l'infini s'écrit :

$$\boxed{E_z = E_o \frac{e^{i(k_o\rho - \frac{\pi}{2})}}{k_o\rho} \cdot Q(\sin\psi) \left[\frac{1+\cos\theta}{2} P(\sin\theta) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} g(\theta-\theta_o)\, P(\sin\theta_o)\cos\theta_o\, d\theta_o \right]} \qquad (3.26)$$

Ce champ a la structure d'une onde sphérique : décroissance à l'infini en $1/\rho$. $Q(\sin\psi)$ est le diagramme de rayonnement du champ incident dans le plan (x,z) et $\frac{1+\cos\theta}{2}$. $P(\sin\theta)$ son diagramme de rayonnement dans le plan (x,y). Le cylindre de plasma fait sentir son effet de la même façon qu'au § 2.2).

CHAPITRE IV

RÉSULTATS NUMÉRIQUES POUR L'AMPLITUDE DE DIFFUSION

Dans les précédents chapitres, nous avons déterminé le champ diffracté dans tout l'espace, mais physiquement, seul le champ à grande distance du plasma est intéressant, car c'est toujours lui qu'on mesure, et toute l'information utile sur la colonne de plasma se trouve contenue dans l'amplitude de diffusion $g(\theta)$. L'impossibilité de remonter théoriquement de $g(\theta)$ au profil de densité (cf § II. 3) nous a donc conduit à calculer numériquement de nombreuses amplitudes de diffusion. La synthèse des résultats obtenus a permis de relier $g(\theta)$ à un certain nombre de grandeurs qui dépendent simplement des paramètres de la colonne de plasma, et de remonter ainsi, dans une certaine mesure, au profil de densité connaissant $g(\theta)$.

1 - PROGRAMME DE CALCUL NUMERIQUE

Ce programme a été exécuté sur machine IBM 7094. Il donne l'amplitude de diffusion pour une onde plane en module et en phase et a été étendu au cas d'une onde incidente cylindrique, pour obtenir le diagramme de rayonnement à l'infini du champ total.

1.1 - Programme pour une onde incidente plane.

On obtient l'amplitude de diffusion de la façon suivante :

- pour un indice n donné, on intègre l'équation (2.12) de 0 à X (rayon réduit de la colonne), en utilisant une relation de récurrence avec troncature en h^6. L'excellente précision ainsi obtenue est nécessaire si on veut étudier des colonnes de grand diamètre.

- on calcule ensuite le coefficient b_n(2.11), ce qui nécessite le calcul de fonctions de Bessel et de Hankel d'ordre élevé. L'exactitude de ce calcul a été vérifiée jusque vers n = 150.

- on fait la sommation sur n. Le calcul du coefficient b_n s'arrête au rang N tel que $|b_{n>N}|$ reste inférieur à 10^{-4}. $|b_o|$, $|b_o|$ étant toujours de l'ordre de grandeur du maximum de $|b_n|$.

$g(\theta)$ est calculé de 2 en 2°, θ variant de 0 à 180°.

Les paramètres du calcul sont les suivants :

• profil de densité. Bien que le programme soit applicable pour n'importe quelle forme de profil, nous nous sommes limités aux profils :

rectangulaire	$\varphi(x \leqslant X) = 1 \qquad \varphi(x > X) = 0$
de Bessel	$\varphi(x \leqslant X) = J_o(2,405\ x/X)$ 2,405 est la première racine de J_o.
en cosinus carré	$\varphi(x \leqslant X) = \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\ x/X\right)$
de Gauss	$\varphi(x \leqslant X) = \exp(-\ 3x^2/X^2)$

Pour ce dernier profil, φ n'est nul que pour $x \longrightarrow \infty$. Cependant pour $x = X$, $\varphi = 0,05$, et comme pour les autres profils on prendra $\varphi(x \geqslant X) = 0$.

• densité sur l'axe. Cette grandeur intervient par le paramètre sans dimensions $\alpha = N(0)/N_c$ rapport de la densité sur l'axe de la colonne à la densité critique N_c. Il n'est pas possible de prendre strictement $\alpha = 1$, car alors le point $x = 0$ est singulier pour l'équation (2.12). Cependant, on peut s'en approcher suffisamment pour que cela ne soit pas une gêne.

Nous avons exploré systématiquement le domaine $0,01 \leqslant \alpha \leqslant 10$.

• diamètre de la colonne, rapporté à la longueur d'onde. Le paramètre utilisé est $X = 2\pi R/\lambda$, où R est le rayon du plasma. Rappelons que par définition $\varphi(x > X) \equiv 0$. C'est ce paramètre qui conditionne la durée du calcul : en effet l'intégration de (2.12) dure un temps proportionnel à X en gros, et la récurrence sur l'indice n s'arrête toujours pour un indice N de l'ordre de X. Le calcul d'une amplitude de diffusion dure un temps qui varie comme X^2, par exemple :

pour $X = 20$ temps : 1 min. 30 s.

$X = 100$ temps : 20 min.

Nous avons exploré le domaine $0,5 \leqslant X \leqslant 100$.

• fréquences de collisions. On tient compte des collisions par les deux paramètres sans dimensions β et γ définis par :

$$\frac{\nu}{\omega} = \frac{\nu_{e\text{-}i}}{\omega} + \frac{\nu_{e\text{-}M}}{\omega} = \beta\,\varphi(x) + \gamma$$

β caractérise les collisions électron-ion et γ les collisions électron-neutre.

1.2 - Programme pour une onde incidente cylindrique

Dans ce cas, le calcul numérique donne non seulement $g(\theta)$ pour une onde plane, mais aussi le diagramme de rayonnement $\Gamma(\theta)$ du champ total, en fonction des caractéristiques du champ incident. $\Gamma(\theta)$ est la fonction de θ définie par (3.16). Ce calcul se fait, une fois les b_n connus, en calculant les coefficients, C_n(3.18), puis en utilisant (3.17). La récurrence est stoppée au même rang N que dans le calcul des b_n. $\Gamma(\theta)$ est alors obtenu pour θ variant de 2 en 2°, entre −180° et +180°. Comme pour une onde plane, le programme donne également Q_{ext} et Q_{dif}.

Trois paramètres, caractérisant le champ incident, sont introduits dans ce calcul.

• forme de la distribution $A(k_o y)$. Nous nous sommes limités aux deux formes suivantes, qui correspondent aux deux situations physiques les plus fréquentes :

. $A(k_o y) = \frac{1}{\pi} \frac{\sin(\pi y/Y)}{y/Y}$ qui représente le champ qu'on obtient au foyer d'une lentille cylindrique [15].

. $A(k_o y) = \cos^2(\pi y/2Y)$ pour $y < Y$ et nulle au-delà. Cette distribution correspond sensiblement à celle qu'on obtient en éclairant le plasma par un faisceau de rayons parallèles (cf § V.1.).

• largeur du faisceau incident, caractérisée par le paramètre sans dimensions $Y = (2\pi/\lambda)$. demi-largeur réelle. L'expression (3.16) de $\Gamma(\theta)$ n'étant valable que si $A(k_o y)$ n'a pas de variations rapides à l'échelle de la longueur d'onde, il faudra prendre nécessairement $Y > 1$.

• décentrage du faisceau incident. Dans le cas où le faisceau incident n'est pas centré sur le plasma, mais où on vise suivant une corde (§ III.2.3), le décentrage du faisceau incident est mesuré par le paramètre $Y(0) = (2\pi/\lambda) \times$ ordonnée du maximum de $A(k_o y)$. Si $Y(0) \neq 0$, alors $\Gamma(\theta)$ n'est pas symétrique par rapport à θ, et il faut le calculer de −180° à +180°.

2 - RESULTATS POUR UNE ONDE INCIDENTE PLANE

2.1 - Allure générale de $g(\theta)$.

Par raison de symétrie, $g(\theta) \equiv g(-\theta)$. D'une façon générale, $g(\theta)$ varie fortement, tant en forme qu'en grandeur, avec les paramètres de la colonne, mais on observe une évolution continue de la forme de $|g(\theta)|$ quand on fait varier le diamètre.

Pour X petit, $|g(\theta)|$ reste toujours très faible, et est une fonction monotone décroissante de θ. En augmentant X on constate l'apparition d'un premier minimum pour un angle $\theta < \pi$ bientôt suivi d'autres extremums. Pour X assez élevé, on aboutit à une structure complexe dont la figure 1 est un exemple type, et qui peut se ramener à un schéma simple, dont les éléments sont :

• pic central, ou lobe dans la direction $\theta = 0$ qui est d'autant plus étroit et intense que le diamètre est grand, mais $|g(0)|$ est toujours la valeur maximum de $|g(\theta)|$. En gros, ce pic exprime

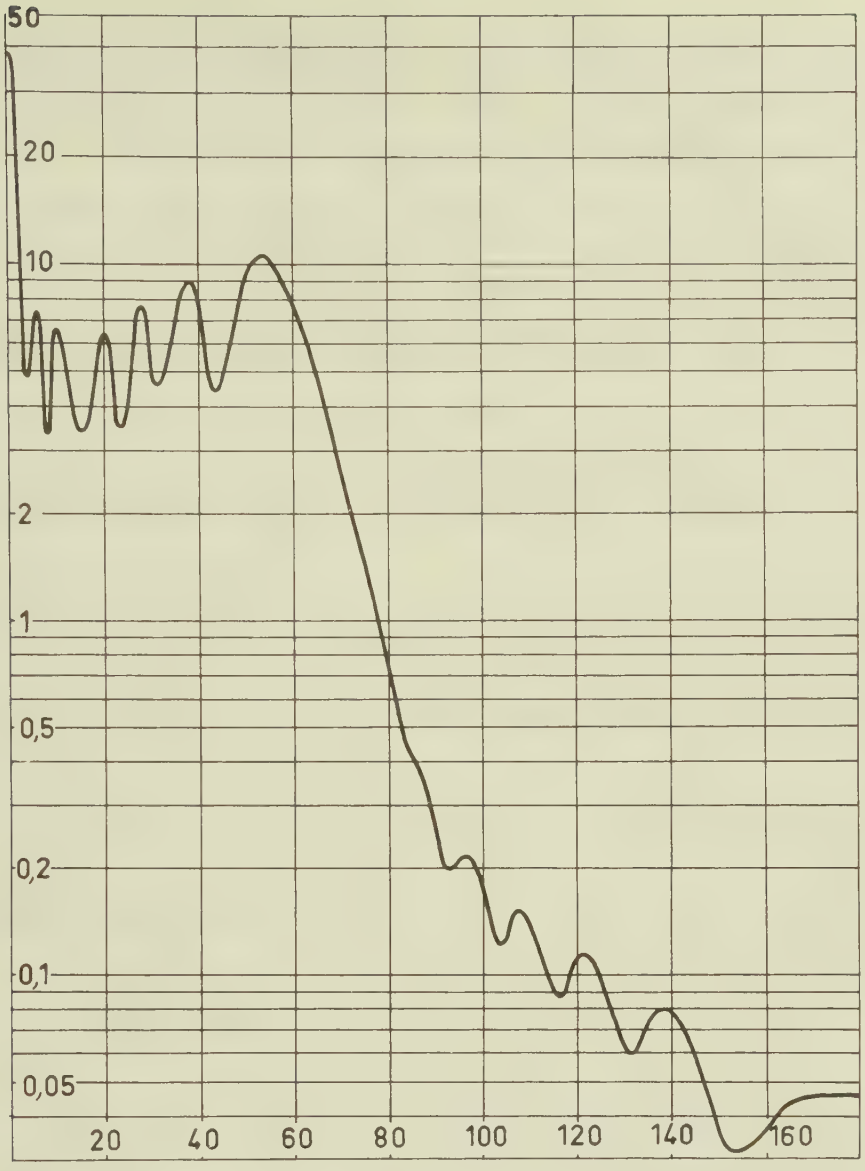


Figure 1 - Amplitude de diffusion. (Profil : Bessel, X = 50 α = 0,9 ν/ω = 0).

le fait que le plasma tend à éteindre le champ incident derrière lui : ombre géométrique.

• plateau secondaire. A la suite de ce pic, apparaissent des oscillations plus ou moins régulières autour d'une valeur moyenne sensiblement constante : le plateau secondaire. Ce plateau n'est bien marqué que pour X $\geqslant$ 20, et se trouve à un niveau inférieur d'un facteur 10 environ par rapport au pic central.

• queue du diagramme. Après le plateau, $|g(\theta)|$ décroît plus ou moins rapidement, mais ne s'annule jamais. Cette queue n'existe pas si la densité est assez élevée ($\alpha > 1$).

• structure fine. Les oscillations, qui se superposent au plateau secondaire et à la queue du diagramme peuvent être assimilées à une structure fine, qui semble essentiellement fonction du profil de densité.

Ce schéma n'est bien marqué que pour des diamètres assez élevés (X $\geqslant$ 20). On peut donc tenter de l'interpréter par l'optique géométrique qui remplace l'onde incidente par un faisceau de rayons parallèles à la direction de propagation initiale. Dans ce faisceau, on peut distinguer deux catégories de rayons [28] :

- les rayons qui passent en dehors du plasma forment un front d'onde incomplet : c'est le front d'onde initial, duquel on a soustrait la partie géométrique correspondant à l'espace occupé par le plasma. D'après le principe de Babinet, le rayonnement à l'infini de ce front d'onde incomplet est analogue à celui d'une fente de même largeur que le plasma et éclairée uniformément. Il se compose donc essentiellement d'un pic autour de la direction $\theta = 0$, qui ne dépend que de la taille du plasma, et non de ses caractéristiques internes.

- les rayons qui frappent le plasma sont réfractés, ou même réfléchis par la colonne de plasma, qui se comporte comme un diélectrique de constante inférieure à 1. Tous ces rayons donnent une énergie diffusée dans un domaine angulaire assez large et doivent être responsables des trois derniers éléments du schéma précédent.

Cette analyse permet donc de classer les propriétés de $g(\theta)$ en deux catégories : celles qui ne dépendent que de la taille du plasma (§ 2.2) et celles qui sont fonction de sa structure interne (§ 2.3).

2.2 - Partie "diffractée" du diagramme.

Cette séparation du diagramme de diffraction $g(\theta)$ en deux parties distinctes se met aussi en évidence à partir de l'expression même (2.15) de $g(\theta)$. En effet, le coefficient b_n(2.11) s'écrit :

$$b_n = \frac{\operatorname{tg}\beta_n}{\operatorname{tg}\beta_n - i} = \frac{1}{2}\left[1 - e^{-2i\beta_n}\right] \quad \text{où} \quad \operatorname{tg}\beta_n = \frac{J_n(X)\,y_n'(X) - J_n'(X)\,y_n(X)}{Y_n(X)\,y_n'(X) - Y_n'(X)\,y_n(X)}$$

soit pour l'amplitude de diffusion :

$$g(\theta) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{-\infty}^{+\infty} b_n\, e^{in\theta} = g_1(\theta) + g_2(\theta) \text{ , avec } \quad g_1(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum e^{in\theta} \text{ , } \quad g_2(\theta) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum e^{i(n\theta - 2\beta_n)}$$

$g_1(\theta)$ représente la partie "diffractée" de l'amplitude de diffusion, c'est-à-dire celle dûe à l'interruption du front d'onde par un obstacle de largeur 2X, tandis que $g_2(\theta)$ rend compte de la structure interne du plasma par l'intermédiaire de l'angle de phase β_n.

Or, le calcul numérique montre que pour X assez élevé, b_n oscille en module entre 0 et 1 tant que $n < X$, puis tend très rapidement vers 0 dès que $n > X$. Les séries définissant $g_1(\theta)$ et $g_2(\theta)$ sont donc à sommer entre $n = -X$ et $n = +X$. Soit :

$$g_1(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{-X}^{+X} e^{in\theta} \simeq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-X}^{+X} e^{in\theta}\, dn = 2X \cdot \frac{\sin X\theta}{X\theta}$$

$g_1(\theta)$ n'est autre que le rayonnement à l'infini d'une fente de largeur 2X, et se réduit pratiquement à un lobe étroit autour de la direction $\theta = 0$. Il reste à voir dans quelle mesure le pic central de $g(\theta)$ peut s'identifier à $g_1(\theta)$.

- $g_1(0) = 2X$, mais $|g(0)|$ qui est de l'ordre de 2X pour α assez élevé, dépend aussi de $\dot{\alpha}$ et du profil φ (cf § 3), puisque dans $g(0)$ intervient également le rayon qui passe par l'axe du plasma (ce qui revient à dire que $g_2(0) \neq 0$).

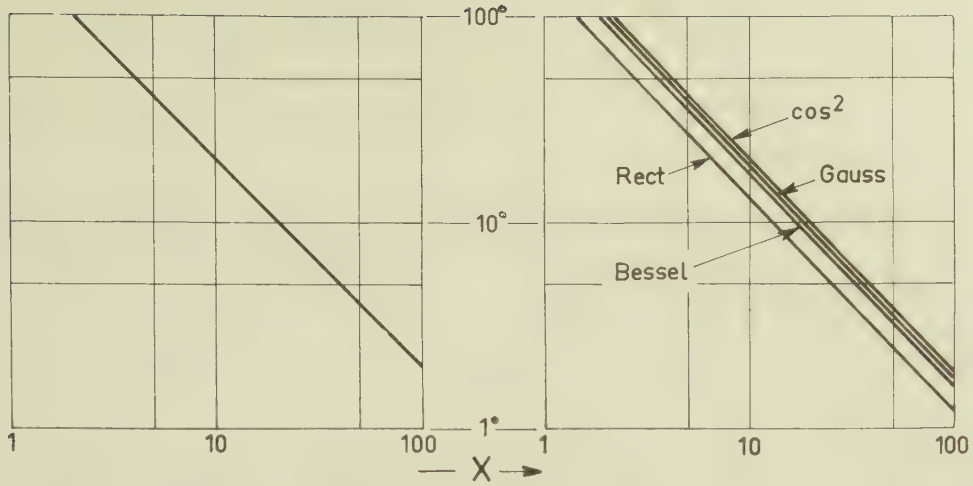
- Si $\alpha > 0,2$ la position angulaire du premier minimum de $g(\theta)$ après le pic central est donné par $\theta = \pi/X$ ce qui coincide avec le premier zéro de $g_1(\theta)$ (Fig. 2a).

- La largeur à mi-hauteur du pic central est également inversement proportionnelle à X, quel que soit α, mais le profil intervient par un facteur de forme (Fig. 2b).

Ces résultats sont en accord avec la forme de $g_1(\theta)$, et fournissent ainsi le moyen de déterminer le diamètre de la colonne de plasma. Il est cependant remarquable qu'ils restent valables pour des diamètres inférieurs à la longueur d'onde, là où la distinction entre les deux mécanismes qui donnent naissance à $g(\theta)$ n'est plus possible.

2.3 - Partie "diffusée" du diagramme.

Pour retrouver les autres éléments du diagramme de diffraction, on pourrait étudier le comportement asymptotique de $g_2(\theta)$ pour $X \longrightarrow \infty$, comme cela a été fait dans le cas de la diffraction de Mie [27]. Nous nous contenterons d'examiner de façon plus intuitive ce qu'il advient des rayons qui frappent le plasma, ce qui nous permettra d'interpréter le plateau secondaire et les oscillations



a) Position du premier minimum $\alpha > 0,5$. b) Demi-largeur à mi-hauteur du pic central.

Figure 2 - Influence de $X = K_o R$

de $g(\theta)$, dans le cas où la densité sur l'axe est inférieure à la densité critique [9]. En effet, pour $\alpha < 1$, tous ces rayons sont déviés, sauf le rayon diamétral et le rayon tangent à la colonne. Il existe donc un rayon pour lequel l'angle de déviation est maximum, et il n'y a plus d'énergie diffusée au-delà de cet angle. De plus, un angle de déviation donné est obtenu à partir de deux rayons situés de part et d'autre de ce rayon particulier. Ayant suivi des trajets optiques différents, ces deux rayons interfèrent, et donnent naissance aux oscillations de $g(\theta)$.

Par contre, si $\alpha > 1$, il n'y a pas d'angle de déviation maximum - le rayon diamétral est réfléchi -, ni d'oscillations - un angle de déviation donné n'est obtenu que par un seul rayon.

Il ne reste plus qu'à confronter cette interprétation par l'optique géométrique avec les éléments du diagramme de diffraction $|g(\theta)|$.

• largeur du plateau secondaire. Il n'est possible de parler de plateau secondaire que si $X \geqslant 20$, mais même dans ce cas (nous avons poussé le calcul jusqu'à $X = 100$), sa largeur angulaire θ_p reste assez difficile à mesurer, car la décroissance de $|g(\theta)|$ n'est pas aussi brutale que le suggère l'optique géométrique. On constate cependant que θ_p ne dépend pratiquement pas de X, et que le profil rectangulaire se différencie des autres profils : c'est le profil qui dévie le plus les rayons lumineux (Fig. 3).

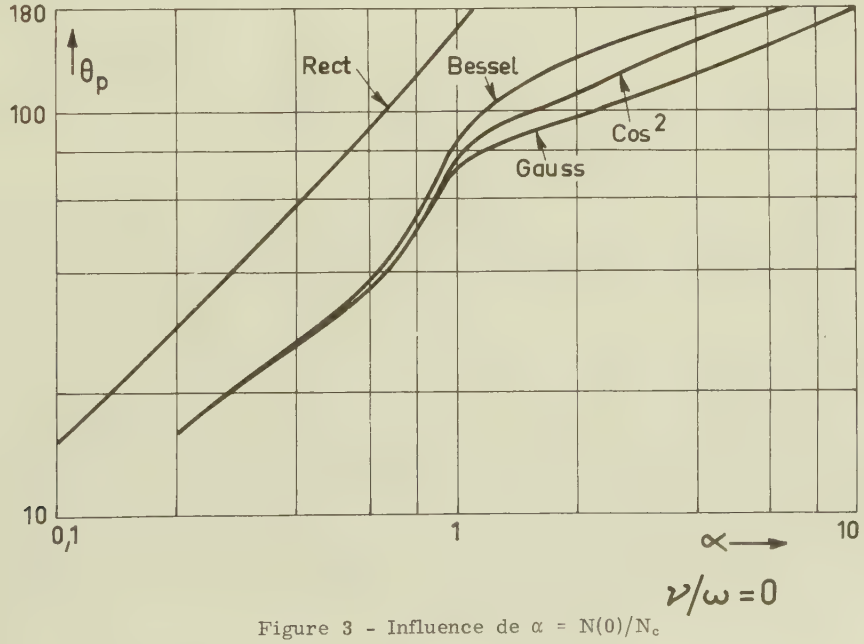


Figure 3 - Influence de $\alpha = N(0)/N_c$

Ces résultats sont à rapprocher de ceux de SHMOYS [9], qui calcule l'angle de déviation maximum par l'optique géométrique et donne :

$$\left.\begin{array}{ll} \theta_p = 2 \text{ Arc sin } \sqrt{\alpha} & \text{Profil rectangulaire} \\ \theta_p = \text{Arc sin}\alpha & \text{Profil à maximum au centre} \end{array}\right\} \alpha < 1$$

Ces expressions sont en bon accord avec nos résultats, mais il faut noter que l'optique géométrique fait apparaître la valeur $\alpha = 1$ comme une discontinuité : pour un profil à maximum au centre, θ_p devrait passer brutalement de $\pi/2$ à π. En fait, bien que θ_p croisse rapidement au voisinage de $\alpha = 1$, θ_p n'atteint sa valeur limite π que pour $\alpha \geqslant 5$.

• diffraction à 90° et à 180° (Fig. 4). Pour $X < 5$, l'amplitude de diffusion à 90°, $g(\pi/2)$, croît de façon monotone avec α. Par contre, pour $X > 5$, on observe deux régimes de densité. Si

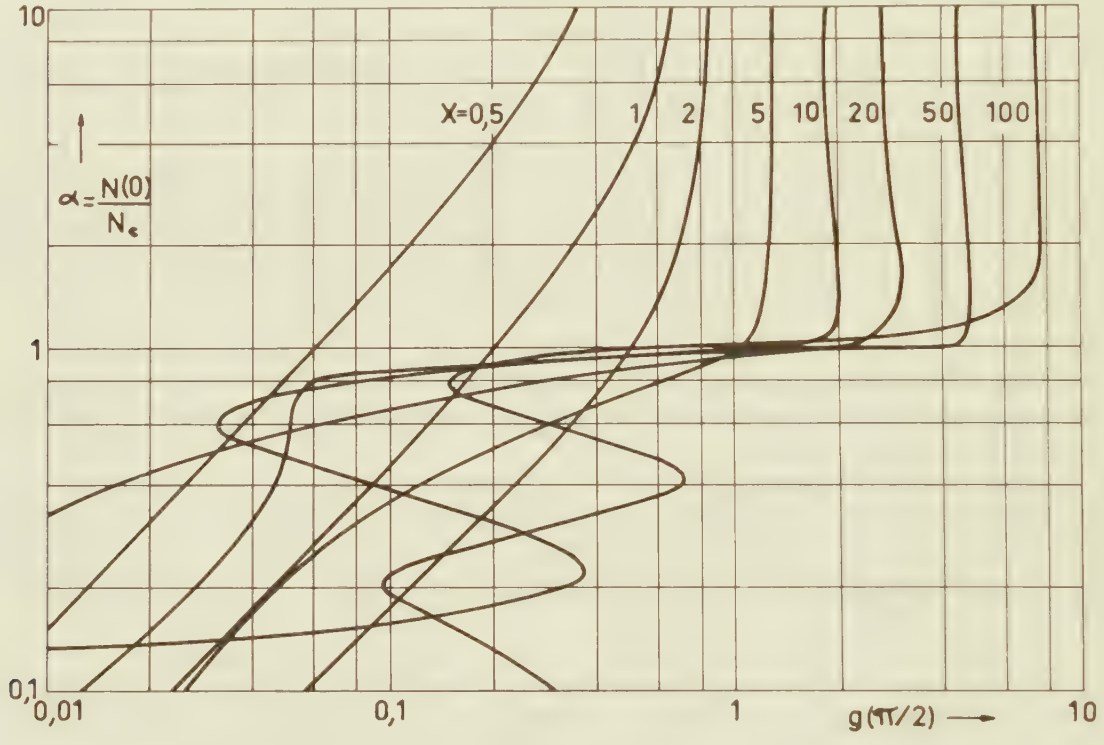
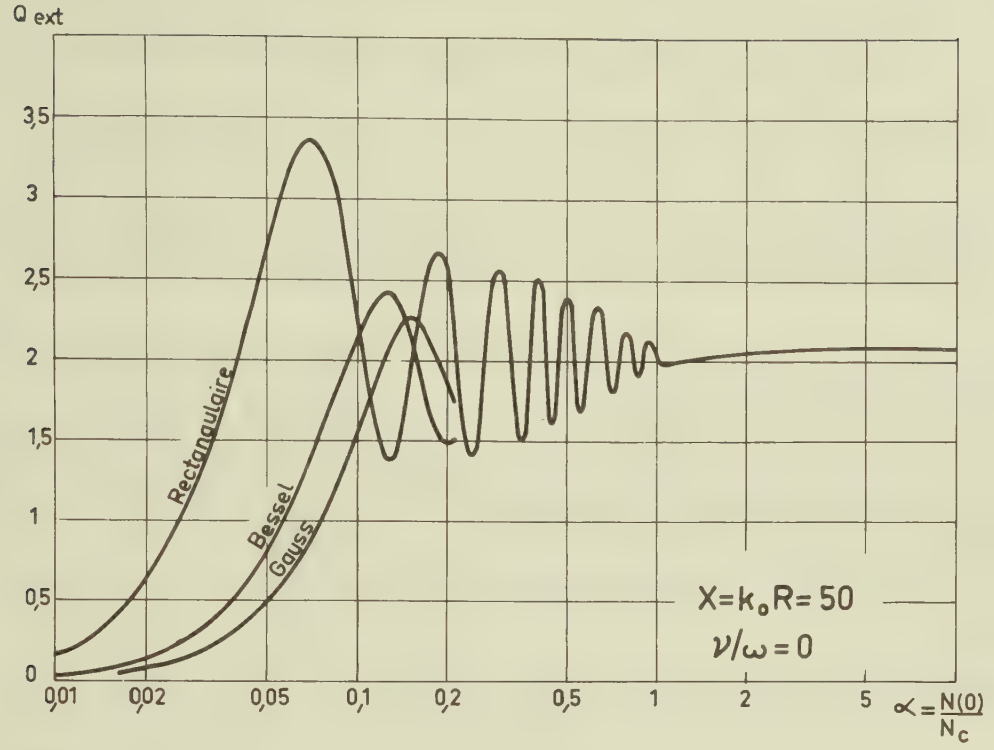


Figure 4 - Champ diffusé à 90° (Profil de Bessel, $\nu/\omega = 0$).

$\alpha < 1$, $g(\pi/2)$ reste faible, tout en variant relativement beaucoup avec α et X. Puis quand α passe en croissant par la valeur 1, on observe une brusque augmentation de $g(\pi/2)$ jusqu'à une valeur constante, sensiblement indépendante de la densité et proportionnelle à X dès que $\alpha > 1$. Ceci est naturellement dû à l'apparition d'un noyau impénétrable au centre du plasma (région où la constante diélectrique est négative). L'examen du champ diffusé à 180° donne des résultats semblables.

Ces résultats fournissent un moyen de déterminer le passage de la densité d'un plasma par la densité critique, et de mesurer alors le diamètre de la colonne. $g(\pi/2)$ est plus intéressant sur le plan expérimental que $g(\pi)$, dont la mesure risque d'être perturbée par des réflexions parasites.

• oscillations de structure fine. La période angulaire de ces oscillations croît avec l'angle de diffraction, mais elle est sensiblement proportionnelle à $1/X$ pour $\theta < \theta_p$. L'amplitude de ces oscillations, souvent irrégulières, est fonction de la forme du profil de densité. Un désaccord important avec l'optique géométrique est la persistance de ces oscillations pour $\alpha > 1$. Sur ce point, $\alpha = 1$ n'apparaît pas non plus comme une discontinuité. Cela tient au fait que l'optique géométrique néglige les ondes évanescentes qui prennent naissance pour $\alpha > 1$ dans la partie impénétrable du plasma, et qui sont incluses dans le calcul de $g(\theta)$.



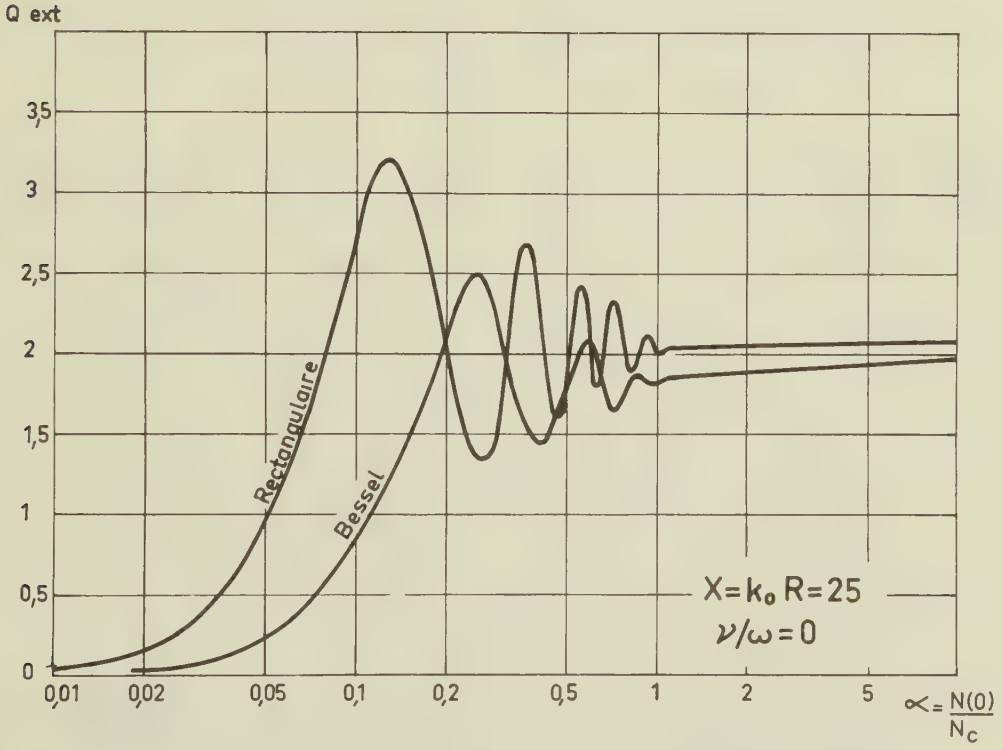


Figure 5 - Coefficient d'extinction.

De même ces oscillations persistent pour $\theta > \theta_p$ et $g(\theta > \theta_p) \neq 0$, par opposition avec ce qu'indique l'optique.

2.4 - Sections efficaces et collisions.

L'étude du coefficient d'extinction (3.6), en fonction de la densité sur l'axe et pour un diamètre constant, fait apparaître trois régimes de densité (Fig. 5) :

• Pour des densités faibles, Q_{ext} tend vers 0 avec α, et ce, d'autant plus vite que le diamètre est petit. C'est le domaine de validité de l'approximation de Born, pour laquelle $Q_{ext} = 0$ rigoureusement : le plasma ne perturbe pratiquement pas le champ incident.

• α croissant jusqu'à la valeur 1, Q_{ext} oscille autour d'une valeur moyenne voisine de 2. Ici encore, le profil rectangulaire se distingue des autres profils par des oscillations plus nombreuses et de plus grande amplitude, mais pour un profil donné, le nombre de ces oscillations est proportionnel à X.

• Dès que $\alpha > 1$, ces oscillations disparaissent et Q_{ext} tend vers une limite voisine de 2, d'autant plus rapidement que X est grand. Cette limite ne dépend pas du profil, et nous retrouvons ici le comportement métallique du plasma.

La limite $Q_{ext} = 2$ signifie que la section efficace d'extinction est deux fois la section géométrique de l'obstacle, alors que l'optique géométrique indique qu'elle devrait lui être égale (ombre géométrique) ; c'est le paradoxe d'extinction [15] : si grand que soit l'obstacle, il y a toujours au voisinage de sa surface une région où la diffraction est prépondérante et où l'optique géométrique n'est pas valable.

Pour des diamètres plus faibles que sur la Fig. 5, la valeur asymptotique de Q_{ext} pour $\alpha \longrightarrow \infty$ est supérieure à 2 : elle croît quand le diamètre diminue, mais il faut des densités plus élevées pour l'atteindre.

Effet des collisions. On vérifie d'abord qu'en l'absence de collisions, $Q_{ext} = Q_{dif}$ Ceci constitue un contrôle de l'exactitude du calcul numérique. Pour des collisions électron-ion, on observe que :

- pour $X < 10$, le plasma soustrait un peu plus d'énergie au faisceau incident et en rerayonne un peu moins qu'en l'absence de collisions. Autrement dit :

$$Q_{dif}(\nu \neq 0) < Q_{dif}(\nu = 0) = Q_{ext}(\nu = 0) < Q_{ext}(\nu \neq 0)$$

- pour $X > 10$, par contre, $Q_{ext}(\nu \neq 0) = Q_{ext}(\nu = 0)$: l'absorption croît aux dépens de la diffusion quand ν croît. Ceci se retrouve sur le diagramme de diffraction, c'est-à-dire $|g(\theta)|$ en fonction de θ en coordonnées polaires (Fig. 6) : au voisinage de $\theta = 0$, $|g(\theta)|$ ne dépend pas des

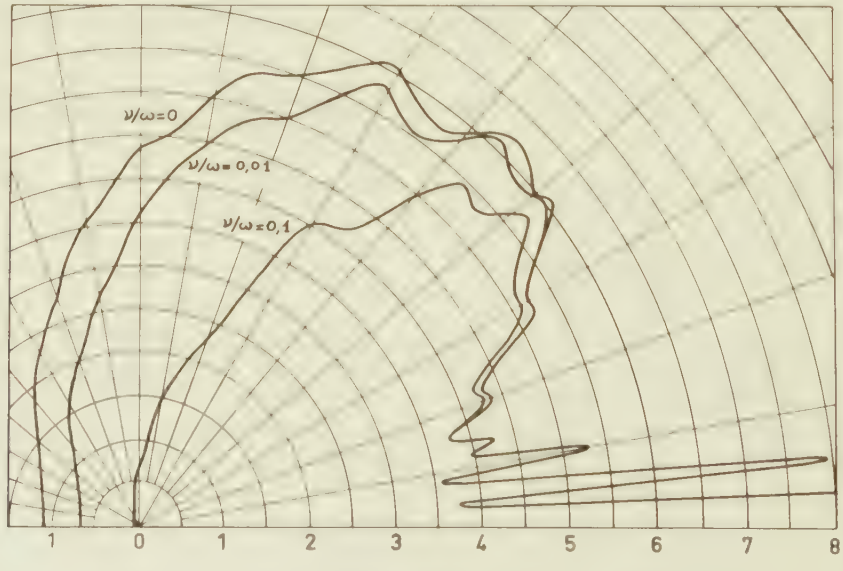


Figure 6 - Effet des collisions sur le champ diffusé. (Profil : Bessel X = 50, $\alpha = N(0)/N_c = 1,1$).

collisions. L'effet des collisions se fait sentir aux grands angles de diffraction : la largeur angulaire du plateau secondaire diminue, comme l'amplitude de rétrodiffusion $g(\pi)$, et l'amplitude des oscillations de structure fine. La fréquence de collisions ne peut donc être obtenue que par la connaissance de $g(\pi)$, mais non de $g(0)$.

Enfin, bien qu'un peu plus efficaces, les collisions électron-neutre donnent des résultats tout à fait analogues.

3 - AMPLITUDE DE DIFFUSION AVANT

L'étude détaillée de $g(0)$, amplitude de diffusion avant, va nous permettre d'abord de préciser le domaine de validité des différentes approximations étudiées au § II. 2, puis d'établir, sous certaines conditions, une correspondance biunivoque entre $g(0)$ et les paramètres constitutifs de la colonne de plasma.

3. 1 - Etude du module de g(0).

Pour un profil donné, la variation de $|g(0)|$ en fonction de α, avec X en paramètre, met en évidence trois régions (Fig. 7) :

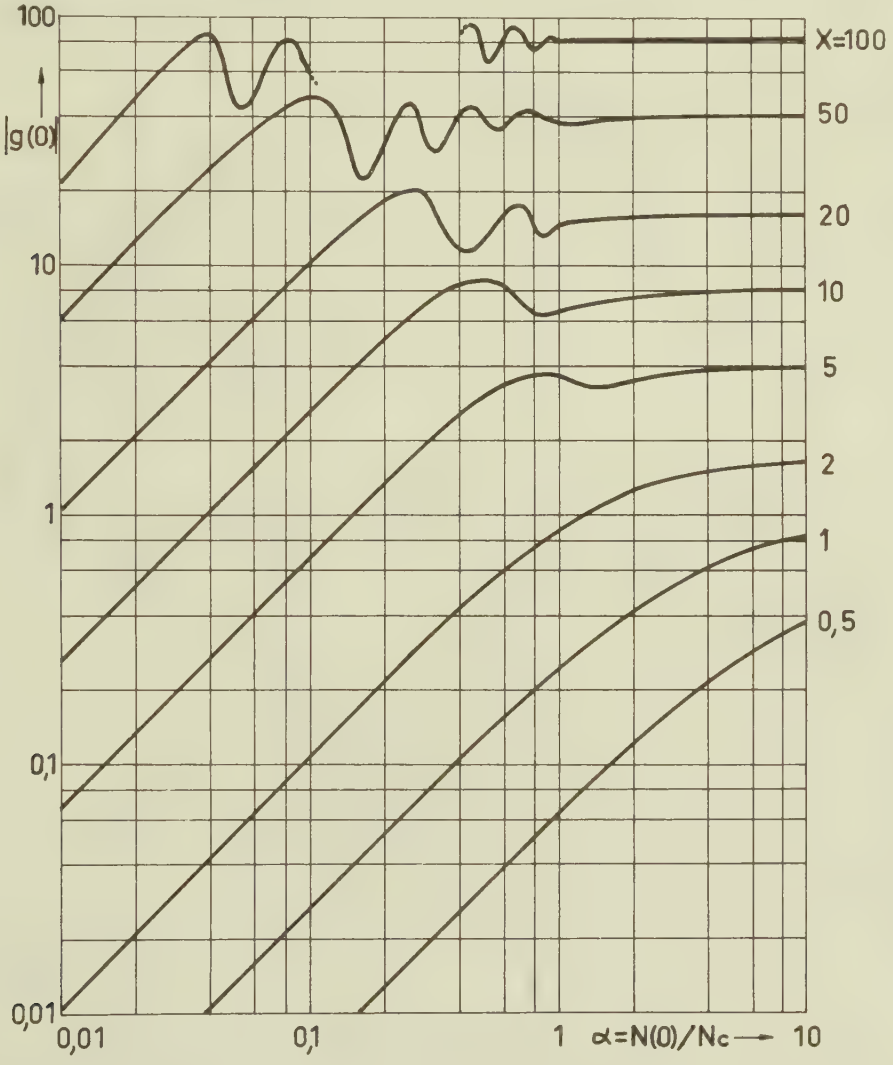


Figure 7 - Amplitude de diffusion avant $|g(0)|$. (Profil : Bessel, $\nu/\omega = 0$).

• asymptote oblique. Pour α et X petits, on constate que $|g(0)| = K \alpha X^2$, conformément à l'approximation de Born. La constante de proportionnalité coincide bien avec celle calculée au § II. 2. 2 , et la phase de g(0) est $\pi/2$. La limite de validité de cette approximation est de la forme $\alpha X <$ Cste, dans le domaine étudié de variation des paramètres, mais l'écart à cette approximation se fait d'abord sentir sur la phase de g(0) qui devient inférieure à $\pi/2$, avant d'être décelable sur le module, qui croît moins vite que αX^2.

• asymptote horizontale. Si $\alpha \longrightarrow \infty$, $|g(0)|$ devient indépendant de α et de la forme du profil, mais est proportionnel à X, et on retrouve ainsi les valeurs calculées pour un cylindre métallique (§ II. 2. 4). Mais le comportement métallique du plasma est un comportement asymptotique : il ne s'observe que pour α assez élevé, d'autant plus élevé que X est petit. Le point $\alpha = 1$ n'est donc pas un point de discontinuité, par opposition au cas d'un plasma en forme de lames à faces parallèles, pour lequel il n'y a plus de propagation possible dès que la densité maximum dépasse la densité critique.

Dans la région étudiée, cette approximation n'est valable que si $\alpha > 1$ et $\alpha X > 50$, en tolérant un écart de 5 % entre la valeur exacte de $|g(0)|$ et la valeur correspondante pour un cylindre métallique de même diamètre que la colonne de plasma.

• région intermédiaire. Dans ce domaine, où le module et la phase de g(0) oscillent plus ou moins, suivant la valeur de X, il n'y a pas d'approximation possible.

Enfin, il faut noter qu'il n'est pas possible à l'aide de cette figure, de préciser le domaine de validité de l'optique géométrique.

3. 2 - Variations de g(0) dans le plan complexe.

Par nature, g(0) est une quantité complexe, mais sa phase ne peut varier qu'entre $-\pi/2$ et $+\pi/2$, par suite de la forme particulière du coefficient b_n qui la définit (cf § 2. 2).

Tracée dans le plan complexe, la courbe g(0) en fonction de α, pour un diamètre constant et un profil donné (Fig. 8), part de l'origine, tangentiellement à l'axe imaginaire pour des densités

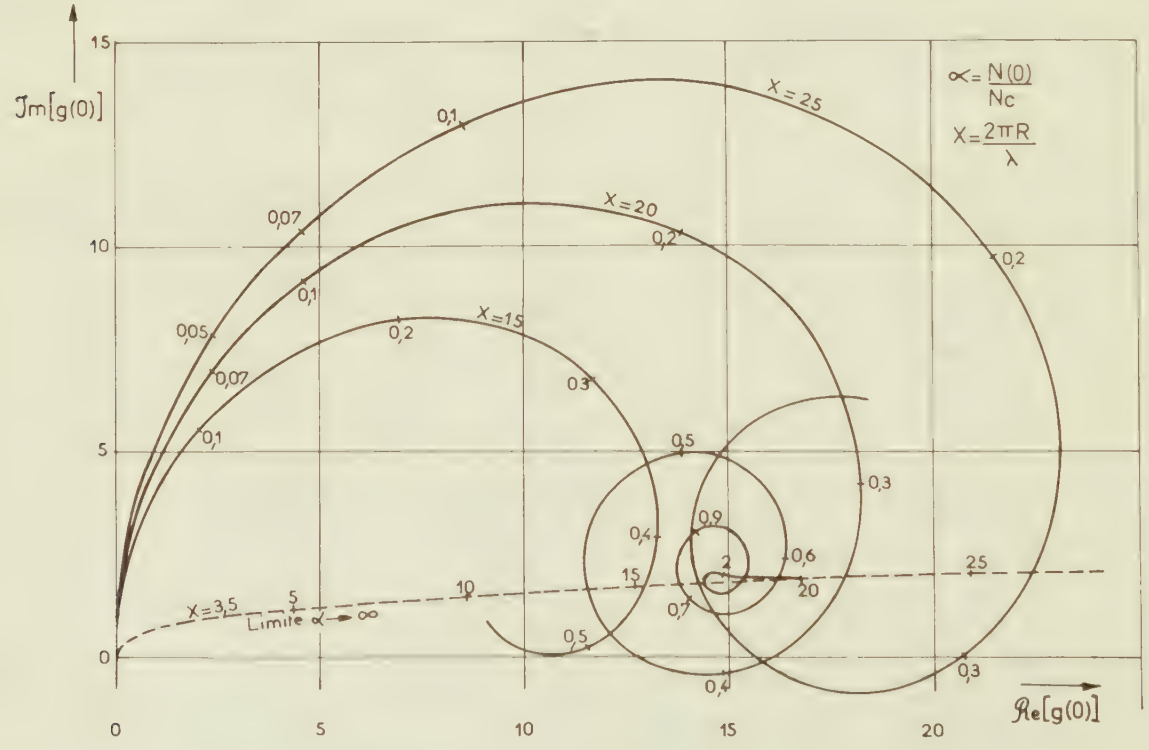


Figure 8 - Variation de g(0) dans le plan complexe. (Profil de Bessel, $\nu/\omega = 0$).

faibles, conformément à l'approximation de Born. En faisant croître la densité, g(0) s'enroule autour d'un point asymptote, obtenu pour $\alpha \longrightarrow \infty$. Ce point correspond donc à l'amplitude de diffusion avant pour un cylindre métallique de même diamètre, et c'est pourquoi la courbe limite

$\alpha \longrightarrow \infty$ de la figure 8 est valable quel que soit le profil. Le nombre de rotations autour du point asymptote est proportionnel à X et à un facteur de forme qui mesure l'efficacité du profil : ici encore, le profil rectangulaire se distingue des autres profils par des rotations plus nombreuses et de plus grande amplitude.

Ceci est à rapprocher du comportement de l'onde transmise au travers d'un plasma limité par deux plans parallèles : en faisant croître la densité de la lame et en laissant son épaisseur constante, le vecteur électrique de l'onde transmise tourne autour de l'origine dans le plan complexe, mais en gardant un module constant, s'il n'y a pas de collisions. Quand la densité dépasse la densité critique, ce vecteur s'annule brusquement, puisqu'il n'y a plus d'onde transmise. Comme dans notre cas, le nombre de rotations observées, entre la densité nulle et la densité critique, est proportionnel à l'épaisseur de la lame et dépend du profil : ce sont les "franges" de l'interférométrie hyperfréquences classique : [14] et § IV. 4. 1.

3. 3 - Détermination de α, φ et X.

On constate d'autre part sur la Fig. 8, qu'il n'y a pas de correspondance biunivoque entre g(0) d'une part, α et X d'autre part (pour un profil donné) : deux courbes, obtenues pour des diamètres différents, ont un certain nombre de points de recoupement. On ne peut avoir de correspondance biunivoque que si on limite chaque courbe à son premier point de recoupement avec les courbes obtenues pour X plus faible. C'est ainsi que nous avons tracé les figures 9-10-11 pour les profils rectangulaire, de Bessel et de Gauss.

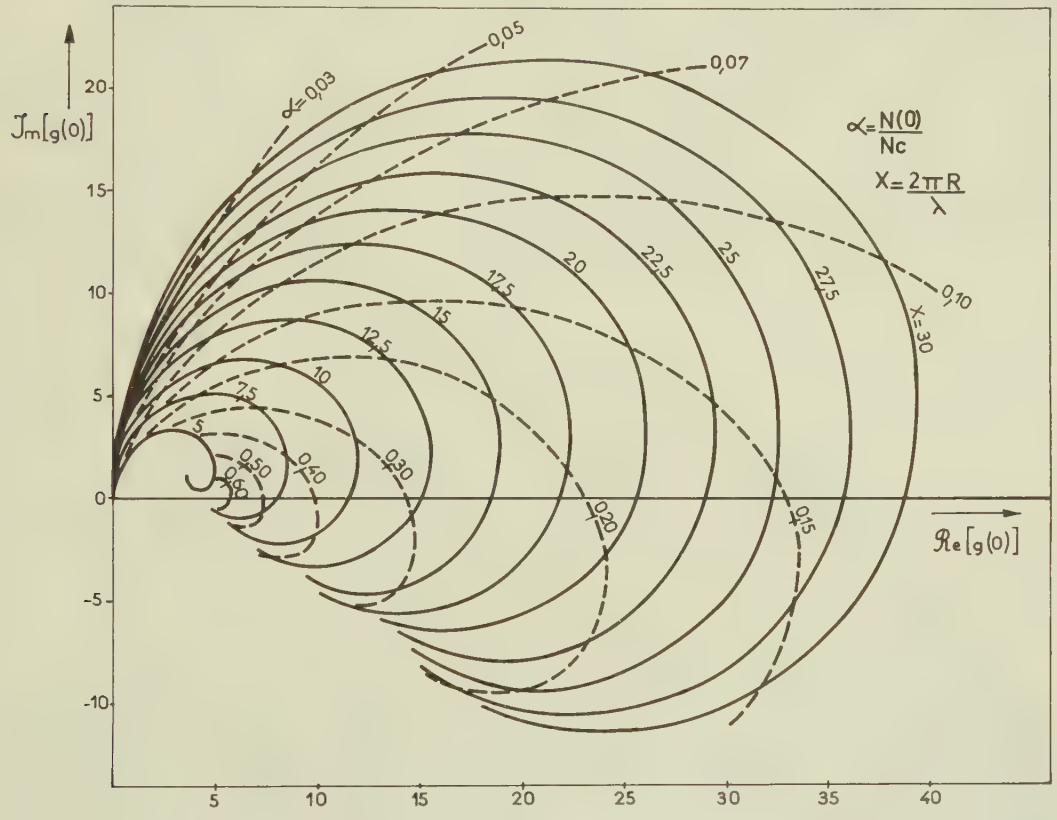


Figure 9 - Variation de g(0) dans le plan complexe. (Profil rectangulaire, ν/ω = 0).

Ces résultats suggèrent deux méthodes pour remonter à α et X à partir de g(0).

- on mesure g(0) en amplitude et en phase à une fréquence donnée, et on utilise les figures 9-10-11, mais on est limité supérieurement en densité mesurable.

- on mesure g(0) à une première fréquence telle que $\alpha \gg 1$ (densité sur l'axe très supérieure à la densité critique). Pour cette fréquence, le plasma se comporte comme un métal, et la courbe limite de la Fig. 8 donne le diamètre de la colonne. On mesure alors g(0), en amplitude et en phase, à une autre fréquence telle que $\alpha < 1$, et la connaissance du diamètre permet d'utiliser

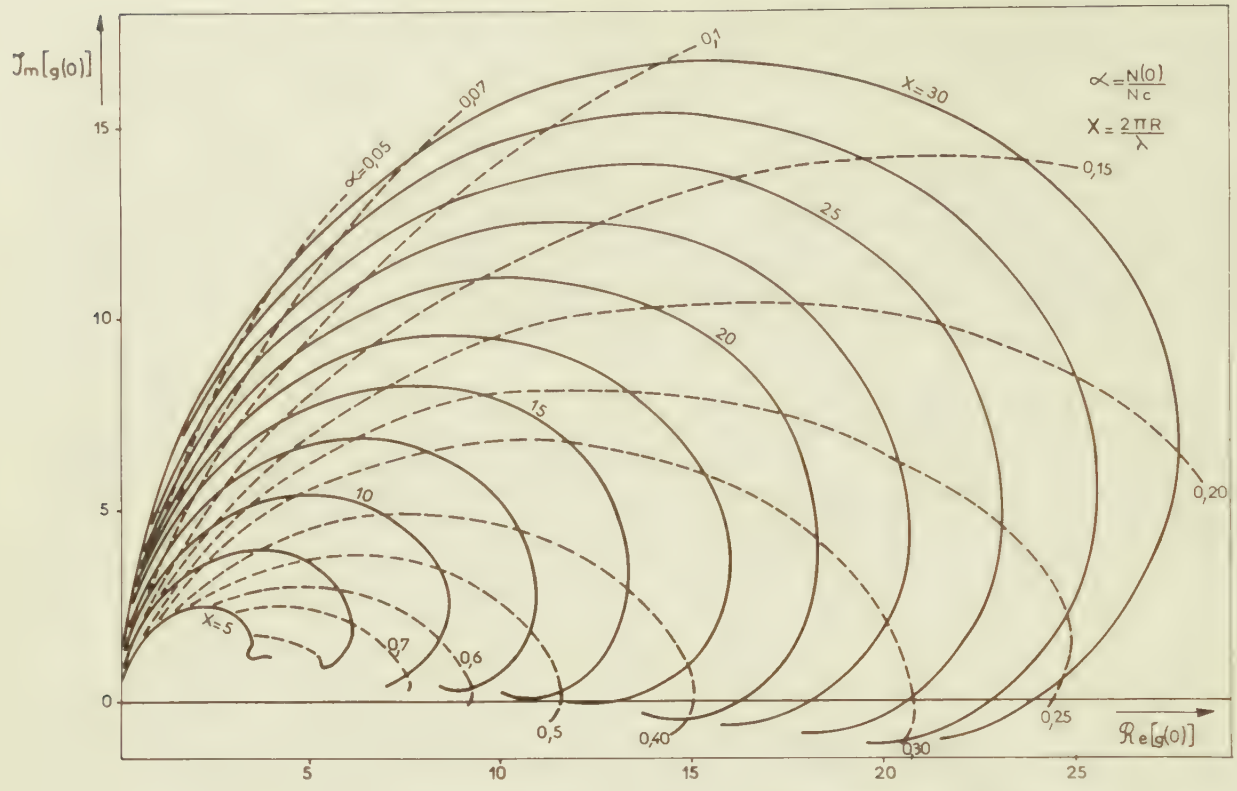


Figure 10 - Variation de g(0) dans le plan complexe. (Profil de Bessel, $\nu/\omega = 0$).

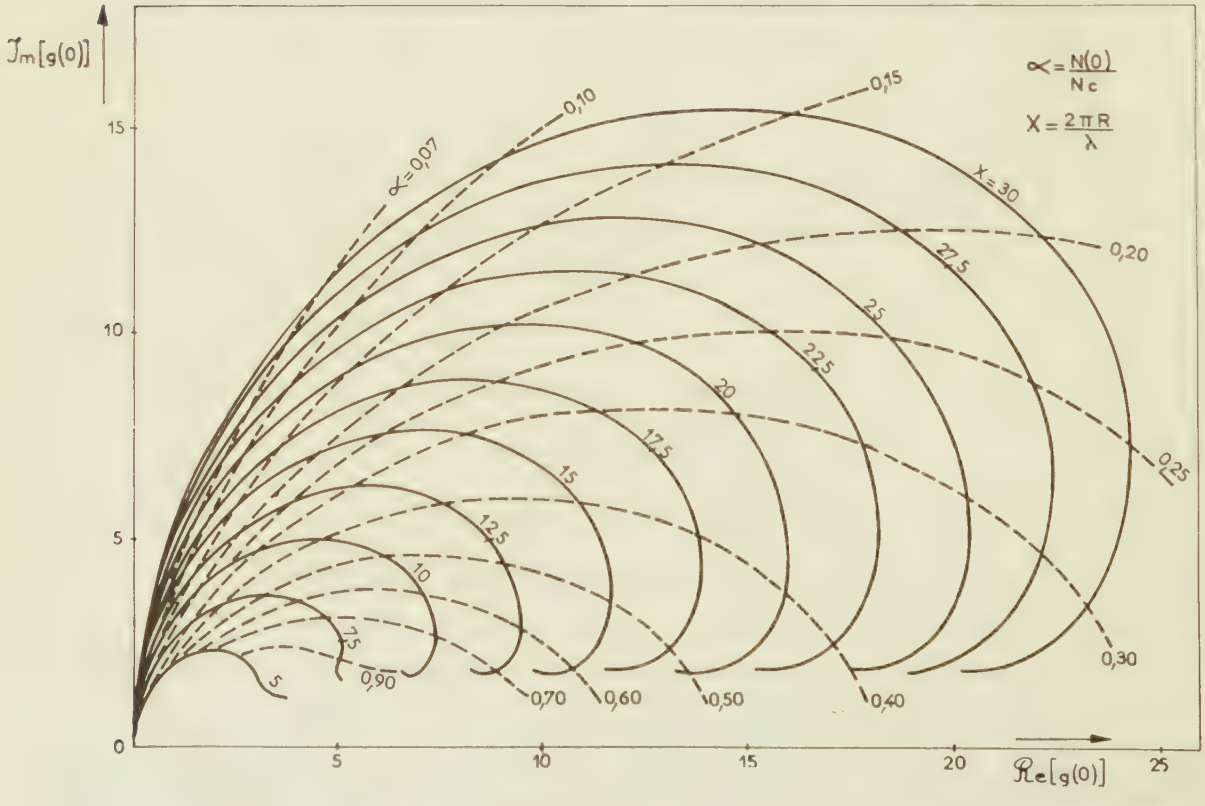


Figure 11 - Variation de g(0) dans le plan complexe. (Profil de Gauss, $\nu/\omega = 0$).

la courbe complète de la Fig. 8.

Remarques : On peut aussi obtenir le diamètre de la colonne, en utilisant les résultats du paragraphe 2, par exemple en mesurant $|g(\pi/2)|$.

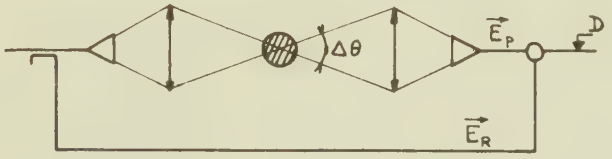
Par contre, la connaissance du module de g(0), mais à deux longueurs d'onde différentes, n'est pas toujours suffisante pour remonter à la densité sur l'axe et au diamètre : par exemple, dans le cadre de l'approximation de Born, g(0), qui est proportionnel au nombre d'électrons dans une section droite de la colonne, est indépendant de la longueur d'onde.

Il reste à montrer comment il est possible de mesurer g(0), ce qui sera fait au chapitre V.

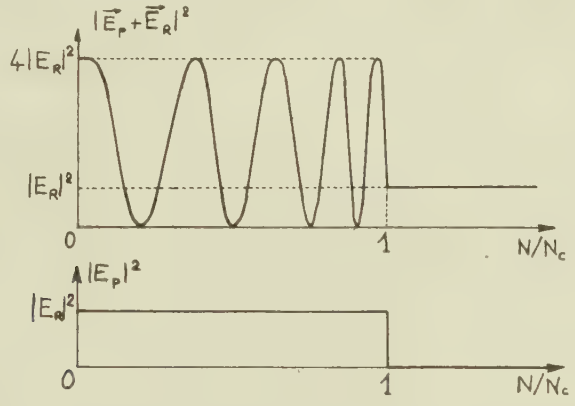
4 - ONDE INCIDENTE CYLINDRIQUE

Dans ce paragraphe, nous allons utiliser le calcul du champ total pour une onde incidente cylindrique pour expliquer les anomalies observées dans une expérience d'interférométrie hyperfréquences classique, et préciser les limites de validité de l'optique géométrique.

4.1 - Interprétation d'une expérience d'interférométrie.



Dans une expérience d'interférométrie hyperfréquences [14], dont le principe est rappelé ci-dessus, on compare la phase d'une onde de mesure $\vec{E}_p$ qui a traversé le plasma (qu'on suppose limité par deux plans parallèles) à celle d'une onde de référence $\vec{E}_R$.



Si la densité du plasma croît, le chemin optique suivi par l'onde de mesure, c'est-à-dire la phase de $\vec{E}_p$ varie, mais son module $|\vec{E}_p|$ reste constant s'il n'y a pas de collisions. Le signal délivré par le détecteur quadratique D est proportionnel à $|\vec{E}_p + \vec{E}_R^2|$ et a alors l'allure ci-dessus. Il se compose d'un certain nombre d'oscillations ou "franges", qui cessent dès que la densité N du plasma atteint la densité critique N_c, car pour $N > N_c$, il n'y a plus d'onde transmise au travers du plasma ($\vec{E}_p = 0$), c'est le phénomène de la coupure. Si, comme c'est le cas la plupart du temps, le plasma a la forme d'un cylindre, on se ramène au cas de la géométrie plane en focalisant l'onde de mesure sur le cylindre. Malheureusement, l'expérience montre [31] que l'amplitude des franges diminue toujours quand la densité augmente, et qu'il n'est pas possible d'expliquer cette décroissance par une fréquence de collisions. La cause se trouve dans des pertes par diffraction, qui sont aussi responsables d'autres anomalies : disparition ou irrégularité des franges, variation anormale de la puissance transmise, etc.

Or le programme de calcul pour une onde incidente cylindrique permet de reconstituer intégralement cette expérience d'interférométrie. D'après le § III. 3. 3, il suffit de tenir compte d'une limitation de l'onde incidente transversalement à l'axe du cylindre, et au point de focalisation, c'est-

à-dire au droit du plasma, l'onde incidente est caractérisée par la distribution de champ

$$A(k_o y) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sin(\pi\, y/Y)}{y/Y}$$

Le calcul numérique donne alors le champ total à l'infini $\Gamma(\theta)$, par (3.16), qu'il est permis d'utiliser, puisque les dimensions transversales de la tache focale (ici Y) sont toujours petites par rapport à la distance séparant l'axe du plasma de la lentille réceptrice. L'onde de sondage, $\vec{E}_p$, n'est pas donnée par $\Gamma(0)$, car la lentille réceptrice recueille toute l'énergie incidente en l'absence de plasma. Il faut donc intégrer $\Gamma(\theta)$ sur l'ouverture angulaire $\Delta\theta$ du faisceau de sondage, ce qui donne $\vec{E}_p$, puis comparer $\vec{E}_p$ à $\vec{E}_R$, ce qui a été fait en prenant l'onde de référence $\vec{E}_R$ de même amplitude et phase que l'onde incidente en l'absence de plasma.

Les résultats (Fig. 12) sont en parfait accord avec les relevés expérimentaux [31] : bien qu'il

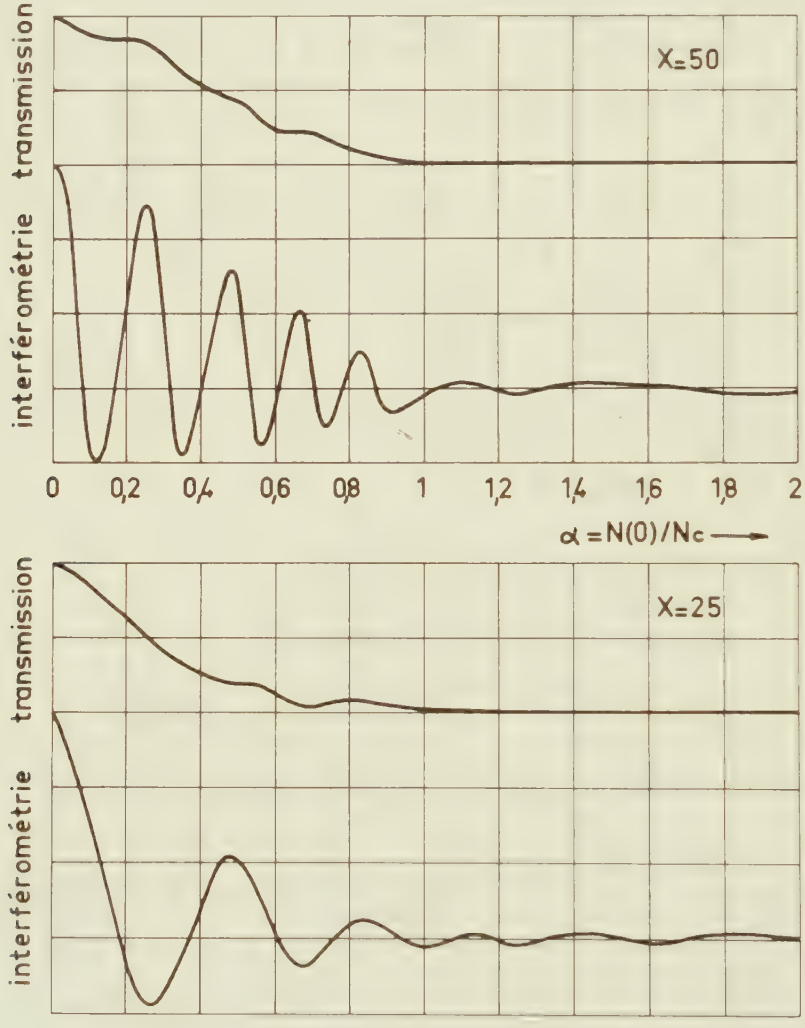


Figure 12 - Interprétation d'une expérience d'interférométrie. (Profil de Gauss, $\nu/\omega = 0$, tache focale : 6λ).

n'y ait pas de collisions, l'amplitude des franges, comme la puissance transmise, décroît quand la densité de la colonne augmente. Pour $N > N_c$, ($\alpha > 1$), on continue d'observer quelques franges, la "coupure" n'est pas nette. Une étude complète montre que le déphasage de l'onde de sondage ne coincide avec celui calculé par l'optique géométrique pour le rayon lumineux diamétral que si la largeur de la tache focale est inférieure au quart du diamètre du plasma. Mais même dans ce cas, $|\vec{E}_p|$ décroît en l'absence de collisions, ce qui rend illusoire la mesure d'une fréquence de collisions par une expérience de transmission.

De la même façon, on peut tenir compte par le calcul d'un décentrage du plasma par rapport à l'axe optique, ce qui rend les franges irrégulières. Enfin, sur la Fig. 13, on a examiné l'effet

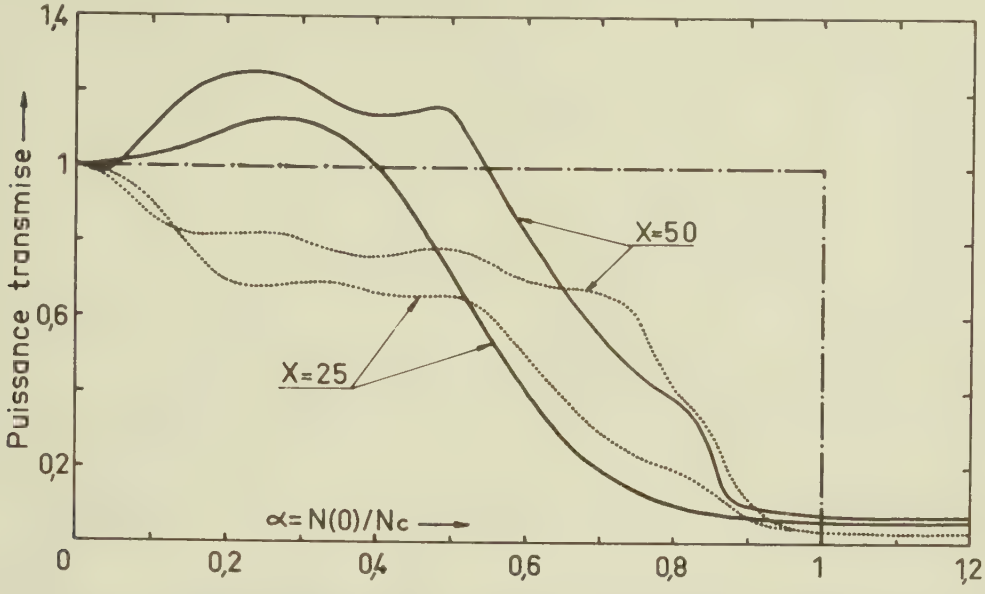


Figure 13 - Transmission d'une onde focalisée sur le plasma. Largeur de la tache focale : 3λ ; Plasma : Profil de Gauss, $\nu/\omega = 0$.
·—·— Plasma limité par deux plans parallèles. ..... Plasma cylindrique
—— Plasma cylindrique, mais l'énergie reçue, en l'absence de plasma, n'est que la moitié de l'énergie émise (défaut de mise au point).

d'un défaut de mise au point, en supposant qu'en l'absence de plasma, le système récepteur ne recueillait que la moitié de la puissance émise. On observe alors que le plasma a un effet d'"adaptation" : la puissance reçue, le plasma présent, est supérieure à la puissance reçue sans plasma, phénomène déjà observé expérimentalement [31].

4.2 - Déviation d'un faisceau lumineux.

L'optique géométrique remplace l'onde incidente par le concept de rayon lumineux et calcule ensuite la déviation d'un rayon en fonction de son paramètre d'impact, en utilisant les lois de la réfraction. Comme nous le savons, ceci n'est qu'une approximation, puisque d'une part cela suppose que l'indice de réfraction varie peu à l'échelle de la longueur d'onde dans le plasma, et que d'autre part le concept de rayon lumineux n'a pas de réalité physique, spécialement dans la gamme des ondes millimétriques. Par contre, on peut étudier exactement la déviation d'un faisceau lumineux par la théorie de la diffraction. Le faisceau incident est donc remplacé par la distribution de champ $A[k_o(y - y_o)]$, où y_o est le paramètre d'impact du faisceau (nous utilisons ici le paramètre réduit $Y(0) = k_o y_o$) et où :

$$A(k_o y) = \cos^2(\pi y/2Y)$$

Cette distribution correspond sensiblement au champ hyperfréquences observé derrière une lentille éclairée par un cornet électromagnétique dont le centre de phase est au foyer de la lentille (cf § V. 1) . Le calcul numérique donne alors le champ total à l'infini $\Gamma(\theta)$, qui n'est plus symétrique par rapport à la direction $\theta = 0$, mais dont la direction de rayonnement maximum (angle θ pour lequel $\Gamma(\theta)$ est maximum) est égale à l'angle de déviation du faisceau.

On constate ainsi que cet angle de déviation ne dépend pas du diamètre du cylindre, mais du rapport du paramètre d'impact à ce diamètre (c'est-à-dire Y(0)/X), en accord avec l'optique. Les courbes obtenues (Fig. 14) sont tracées pour un profil de Bessel, mais coïncident avec celles données par SHMOYS [9] pour un profil parabolique, et calculées par l'optique, et ceci dès que le diamètre du plasma est supérieur à 30 longueurs d'onde ($X \geqslant 100$).

L'angle de déviation dépend, au contraire, de la largeur du faisceau incident, notamment pour des paramètres d'impact élevés, ce que l'optique ne peut mettre en évidence, puisqu'elle ne

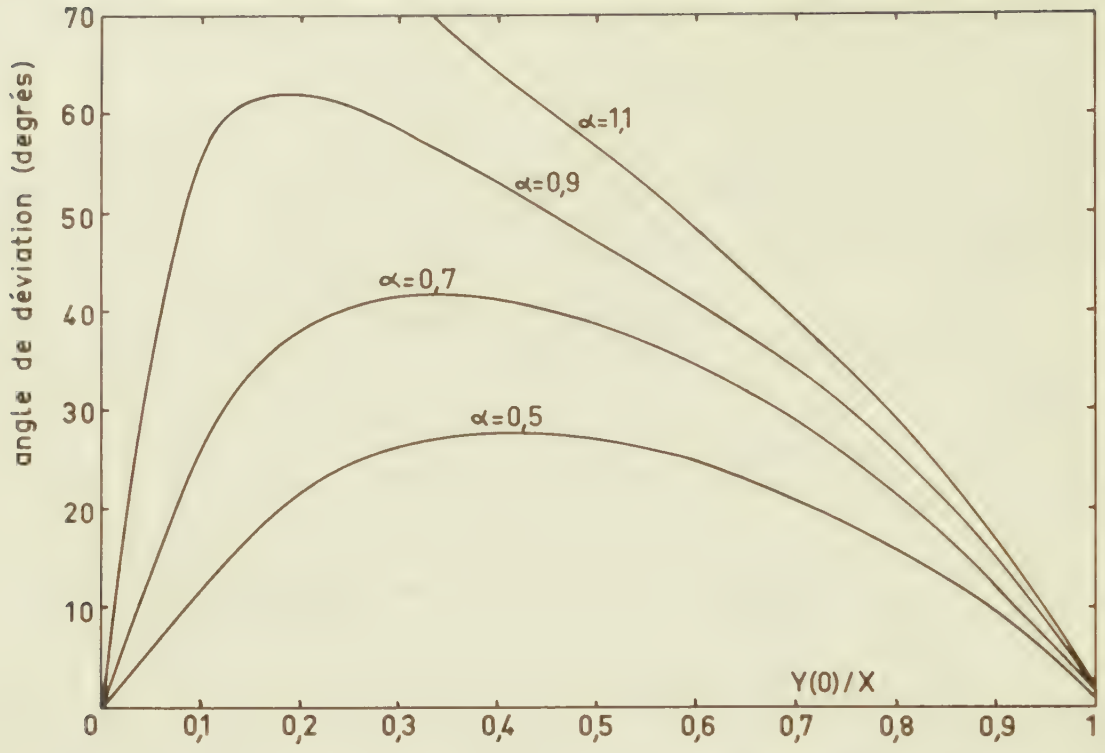


Figure 14 - Déviation d'un faisceau lumineux - ($Y(0) = (2\pi/\lambda) \times$ paramètre d'impact. Plasma : Profil de Bessel, $X = k_0 R = 100$, $\nu/\omega = 0$).

considère qu'un rayon lumineux. De même, pour un paramètre d'impact nul, et pour une densité sur l'axe légèrement au-dessus de la densité critique, $\Gamma(\theta)$ n'a pas son maximum pour $\theta = \pi$, comme le suggère l'optique (rayon réfléchi), mais pour un angle intermédiaire entre 0 et π. Ceci est dû au fait que l'énergie électromagnétique incidente contourne le noyau impénétrable et sort dans sa direction initiale sans être réfléchie. Nous observerons ce phénomène expérimentalement (§ VII. 1. 2).

DEUXIÈME PARTIE

EXPÉRIENCES DE DIFFRACTION

CHAPITRE V

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE L'AMPLITUDE DE DIFFUSION

Pour montrer comment on peut obtenir expérimentalement l'amplitude de diffusion pour une onde plane, $g(\theta)$, un plasma réel n'est pas indispensable : des cylindres métalliques ou diélectriques suffisent. En effet, le calcul du champ diffracté comme au chapitre II leur est également applicable, puisque seules la constante diélectrique et la forme géométrique de l'obstacle diffusant interviennent. L'effet de tels cylindres sur l'onde incidente se caractérise aussi par une amplitude de diffusion, calculée comme pour un plasma, mais avec la constante diélectrique adéquate.

Dans nos expériences, nous utiliserons des ondes millimétriques (longueur d'onde variant de 1 à 10 mm). Leur choix sera justifié au chapitre VI.

1 - ETUDE DU CHAMP INCIDENT

Avant de procéder à des expériences de diffraction, il faut examiner dans quelle mesure les ondes en espace libre que l'on sait réaliser se rapprochent des modèles théoriques de l'onde plane et de l'onde cylindrique.

1.1 - Choix de la nature de l'onde incidente

Une onde en espace libre, toujours limitée par construction, est assimilable à une onde plane dans une certaine région de l'espace, si elle est engendrée par une ouverture rayonnante, éclairée uniformément, et de grande dimension par rapport à la longueur d'onde. L'expression (2.14), donnant le champ à l'infini pour une onde incidente plane, est donc valable si la distance D entre l'axe du cylindre et le point d'observation est tel que :

$$4R^2/\lambda \ll D \ll L^2/\lambda$$

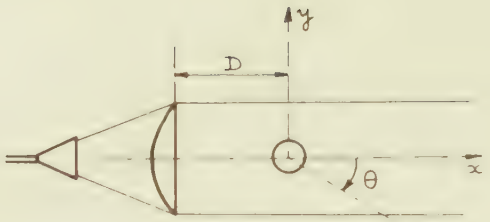
où R est le rayon du plasma, et L la plus petite dimension de l'ouverture rayonnante. Ceci exprime que l'on se trouve à l'infini pour le cylindre, mais qu'au point d'observation, l'onde incidente peut être considérée comme plane.

Dans la gamme des ondes millimétriques, ce modèle n'est pas utilisable, car les deux distances L^2/λ et $4R^2/\lambda$ restent toujours comparables, et surtout, l'homogénéité du champ incident dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation laisse à désirer.

Il semble donc plus facile de réaliser une onde cylindrique, qui n'exige l'homogénéité du champ incident que suivant l'axe Oz du cylindre. C'est ce que nous avons tenté de faire, soit en réalisant une source linéaire - cornets sectoraux très évasés, ou alignements de cornets - éclairant une lentille cylindrique de génératrices parallèles à Oz, soit en utilisant deux lentilles cylindriques de génératrices perpendiculaires, éclairées par un seul cornet. Malgré de nombreux essais, il n'a pas été possible d'obtenir un champ homogène suivant Oz sur une hauteur suffisante pour qu'on puisse considérer l'onde obtenue comme cylindrique.

Cependant, au § III. 3. 3., nous avons montré que l'onde incidente peut ne pas être cylindrique, à condition que la distribution de champ suivant Oz soit uniforme sur quelques longueurs d'onde au moins. C'est pourquoi nous nous sommes contentés d'une onde engendrée par une lentille éclairée par un cornet dont le centre de phase est placé au foyer. Les résultats obtenus ont pleinement justifié ce choix.

1. 2 - Structure du champ utilisé.



Le système optique qui sert à créer l'onde incidente est donc constitué par un cornet électromagnétique excité dans le mode TE_{10}, et par une lentille planconvexe, en matériau diélectrique, genre Téflon ou Plexiglas, et calculée comme pour l'optique géométrique [30]. Pour explorer le champ électromagnétique derrière la lentille, on utilise un guide ouvert, d'axe parallèle à l'axe optique Ox, et qui peut se déplacer transversalement à cet axe : l'embouchure de ce guide est assez petite pour ne pas perturber notablement le champ à mesurer. L'ouverture numérique de la lentille, et sa distance focale, comme le gain et l'ouverture du cornet, ont été optimisés pour chaque longueur d'onde de travail (2,2 mm - 4,4 mm - 8,9 mm) pour obtenir derrière la lentille une distribution de champ aussi uniforme que possible.

Les relevés expérimentaux montrent que si les plans perpendiculaires à l'axe optique sont bien des plans équiphases derrière la lentille, comme l'indique l'optique, ils ne sont que grossièrement équiamplitudes (Fig. 15) : l'énergie électromagnétique se trouve concentrée au voisinage

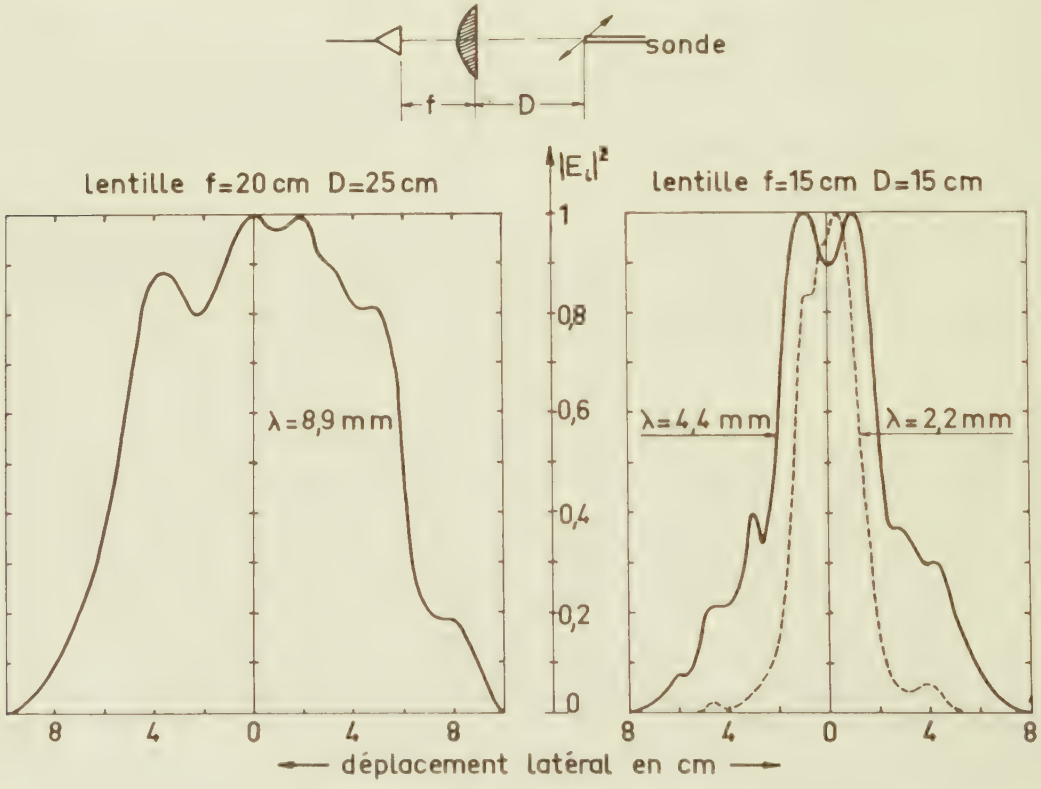


Figure 15 - Structure du champ incident.

de l'axe optique et n'est distribuée uniformément (à ± 10 %) que dans un cercle de diamètre de l'ordre d'une dizaine de longueurs d'onde. D'après l'optique, cette énergie devrait être répartie uniformément dans tout l'espace cylindrique défini par le contour de la lentille, [conclusion confirmée par le diagramme de rayonnement à l'infini de ce système optique, qui coïncide parfaitement

avec le diagramme théorique d'une ouverture circulaire, de même diamètre que la lentille et éclairée uniformément]. Ce désaccord s'explique en remarquant que :

- d'une part, le cornet ne rayonne pas une onde sphérique parfaitement homogène, mais la non-uniformité de l'éclairement de la lentille influe très peu sur son diagramme de rayonnement à l'infini.

- d'autre part, la distance D entre la lentille et le plan d'exploration est toujours de l'ordre du diamètre de la lentille. De l'origine 0, on peut donc distinguer sur la lentille une dizaine de zones de Fresnel, et le point 0 ne se trouve ni dans la zone de Fresnel, où l'optique est applicable, ni dans la zone de Fraunhofer, ou zone lointaine [14].

Ceci explique également pourquoi la distribution de champ dépend de la distance d'exploration D. Quoi qu'il en soit, ce champ est suffisamment homogène pour permettre la mesure correcte de l'amplitude de diffusion, tant que le diamètre du cylindre n'excède pas 10 longueurs d'onde.

2 - RELEVE DU DIAGRAMME DE DIFFRACTION.

2.1 - Rayonnement en dehors du champ incident.

Le diagramme de rayonnement du champ incident se compose essentiellement d'un lobe intense autour de la direction $\theta = 0$: il n'y a pratiquement pas d'énergie rayonnée au-delà d'un angle θ_0 proportionnel à λ/l, où l est le diamètre de la lentille ; par exemple, pour $\lambda = 8,9$ mm et $l = 20$ cm , $\theta_0 = 18°$. Si donc on place un barreau diffusant dans le champ incident, l'énergie recueillie à un angle $\theta > \theta_0$ est, d'après le § III. 2. 3. , proportionnelle à $|g(\theta)|^2$, dans la mesure où le champ incident est assez homogène pour que (3. 19) soit applicable.

C'est ce que nous avons vérifié pour les trois longueurs d'onde 2,2 - 4,4 - 8,9 mm avec des barreaux de métal ou de plexiglas, dont le diamètre ϕ est choisi de façon que $X = \pi \phi/\lambda = 5$-10-15-20-25, pour chaque longueur d'onde. Le barreau étudié est placé sur un plateau diviseur de fraiseuse. Son axe coïncide avec l'axe de rotation du plateau et est parallèle au champ électrique incident. La distance du barreau à la lentille est celle pour laquelle on a relevé la distribution de champ incident (Fig. 15). Le récepteur, guide ouvert ou cornet, est fixé sur un banc d'optique, de 1,5 m de long, et solidaire du plateau. Il tourne ainsi autour du barreau à une distance supérieure à la distance de Rayleigh ϕ^2/λ.

L'alignement de l'ensemble - système optique - plateau diviseur - cylindre est assez critique, car un décentrage du faisceau incident par rapport à l'axe du barreau ou l'axe de rotation se traduit par une dissymétrie dans le diagramme de diffraction. De même, comme le niveau de puissance électromagnétique à mesurer est très faible (jusqu'à 40 dB en dessous du niveau de puissance incidente) on doit se protéger, à l'aide de matériaux absorbants, contre les réflexions parasites qui proviennent des murs ou des obstacles environnants et des supports du récepteur et du système optique émetteur.

Ces précautions prises, on constate que la puissance mesurée est bien proportionnelle à $|g(\theta)|^2$, conformément au § III. 2. 3, aux erreurs de mesure près. Un exemple est donné en Fig. 16 pour un barreau de plexiglas et pour $\lambda = 8,9$ mm. Le diagramme expérimental coïncide avec la courbe théorique dès que $\theta > 18°$, c'est-à-dire en dehors du rayonnement du champ incident. Il n'a pas été possible de mesurer $|g(\theta)|$ pour $\theta > 150°$, car dans ce domaine, la lentille émettrice s'interpose entre le barreau et le récepteur. Pour des diamètres ϕ de barreau tels que $X = \pi \phi/\lambda > 30$ l'inhomogénéité du champ incident commence à se faire sentir, et l'accord devient de moins en moins bon quand ϕ augmente.

2.2 - Interférométrie à deux cristaux.

Pour $\theta < \theta_0$, c'est-à-dire dans le champ incident, la puissance totale mesurée doit être proportionnelle à

$$|P(\sin\theta) - g(\theta)|^2 \qquad \text{d'après (3. 19)}$$

Pour obtenir $g(\theta)$ dans ce domaine, il faut donc éliminer l'effet du champ incident, représenté par $P(\sin\theta)$, ce que l'on peut faire par des techniques interférométriques. Bien entendu, la distance entre le point d'observation et l'axe du barreau doit être supérieure non seulement à la distance de Rayleigh ϕ^2/λ pour le barreau, mais encore à la distance de Rayleigh pour la lentille émettrice, pour que l'on puisse parler de champ à l'infini.

L'interféromètre hyperfréquences que nous avons utilisé et dont le schéma est donné Fig. 17, est dérivé de l'interféroscope polaire de WEGROWE [30] et fonctionne de la façon suivante :

L'onde de mesure $\vec{E}_M$ (onde incidente $\vec{E}_i$ + onde diffusée $\vec{E}_D$) est comparée à une onde de référence $\vec{E}_R$, obtenue en prélevant à l'aide d'un coupleur une fraction de l'énergie incidente. Ces deux ondes $\vec{E}_M$ et $\vec{E}_R$ sont mélangées dans un té magique, et les cristaux D_1 et D_2 donnent des signaux proportionnels à :

$$D_1 = |\vec{E}_M + \vec{E}_R|^2 = \vec{E}_M^2 + \vec{E}_R^2 + 2\,\vec{E}_M \cdot \vec{E}_R$$
$$D_2 = |\vec{E}_M + \vec{E}'_R|^2 = \vec{E}_M^2 + \vec{E}_R^2 - 2\,\vec{E}_M \cdot \vec{E}'_R$$

Après avoir équilibré les deux cristaux D_1 et D_2 à l'aide des atténuateurs A_3 et A_4, on commence par régler les atténuateurs A_1 et A_2 et le déphaseur P_2 pour que, en l'absence de barreau (alors $\vec{E}_M = \vec{E}_i$), l'onde de référence soit égale à l'onde de mesure, en amplitude et en phase. Dans ces conditions :

$$D_1 = 4\,E_R^2 \qquad , \qquad D_2 = 0$$

Ce réglage se fait pour l'angle $\theta = 0$.

Ensuite, on relève les signaux délivrés par D_1 et D_2 en fonction de θ, d'abord sans le barreau, puis sans rien changer, avec le barreau. Comme en permanence

$$\vec{E}_M = \vec{E}_i + \vec{E}_D$$

il est facile de voir que :

$$[D_1 - D_2]_{\text{avec barreau}} - [D_1 - D_2]_{\text{sans barreau}} = 4\,E_R E_D \cos\varphi$$

en appelant φ la phase de l'onde diffusée par rapport à celle de l'onde de référence. Cette différence, faite pour chaque angle θ, doit être proportionnelle à la partie réelle de $g(\theta)$.

Ces mesures faites, on change de $\pi/2$ la phase de l'onde de référence, à l'aide du déphaseur P_1, sans toucher aux autres réglages. Alors, pour $\theta = 0$, $D_1 = D_2$. On recommence le relevé de D_1 et D_2 pour chaque angle, avec, puis sans barreau. Mais maintenant :

$$[D_1 - D_2]_{\text{avec barreau}} - [D_1 - D_2]_{\text{sans barreau}} = 4\,E_R E_D \sin\varphi$$

ce qui doit conduire à la partie imaginaire de l'amplitude de diffusion.

Pour qu'elle soit précise, cette méthode demande à être mise en oeuvre avec beaucoup de soins, car elle ne fait intervenir que des différences. En plus des difficultés d'alignement et de réflexions parasites, il faut veiller tout particulièrement à un appairage correct des deux cristaux, et à l'élimination complète des ondes stationnaires dans la circuiterie hyperfréquences, notamment dans le guide souple qui relie le cornet récepteur au reste de l'interféromètre.

Cette méthode a été utilisée avec succès sur $\lambda = 8,9$ mm, et nous a montré que la diffraction du champ incident du § 1 s'effectuait conformément au modèle (3.19) de l'onde cylindrique large par rapport au cylindre diffusant. Elle nous a permis de mesurer $g(\theta)$ en amplitude et en phase dans le domaine de rayonnement du champ incident (Fig. 16) : les points expérimentaux coïncident parfaitement avec la courbe théorique, et recoupent également les points obtenus par rayonnement hors du champ incident (points donnés par le cristal D_3, Fig. 17). Cependant, elle est difficilement exploitable aux grands angles de diffraction, car l'onde de mesure $\vec{E}_M$ devient très petite par rapport à l'onde de référence.

En résumé, grâce à ces deux méthodes qui se recoupent et se complètent, nous sommes en mesure de déterminer expérimentalement l'amplitude de diffusion pour une onde plane.

2.3 - Strioscopie et contraste de phase hyperfréquences.

Au lieu de faire interférer l'onde de mesure avec une onde de référence pour contrebalancer le rayonnement du champ incident, on peut chercher à supprimer ce dernier derrière le cylindre, pour ne recueillir que l'onde diffusée. C'est ce que nous avons tenté de faire en transposant pour $\lambda = 2,2$ et $4,4$ mm le principe de la strioscopie optique [15], dont le schéma est donné figure 18. Comme précédemment, le cylindre à étudier est éclairé par un faisceau de rayons parallèles.

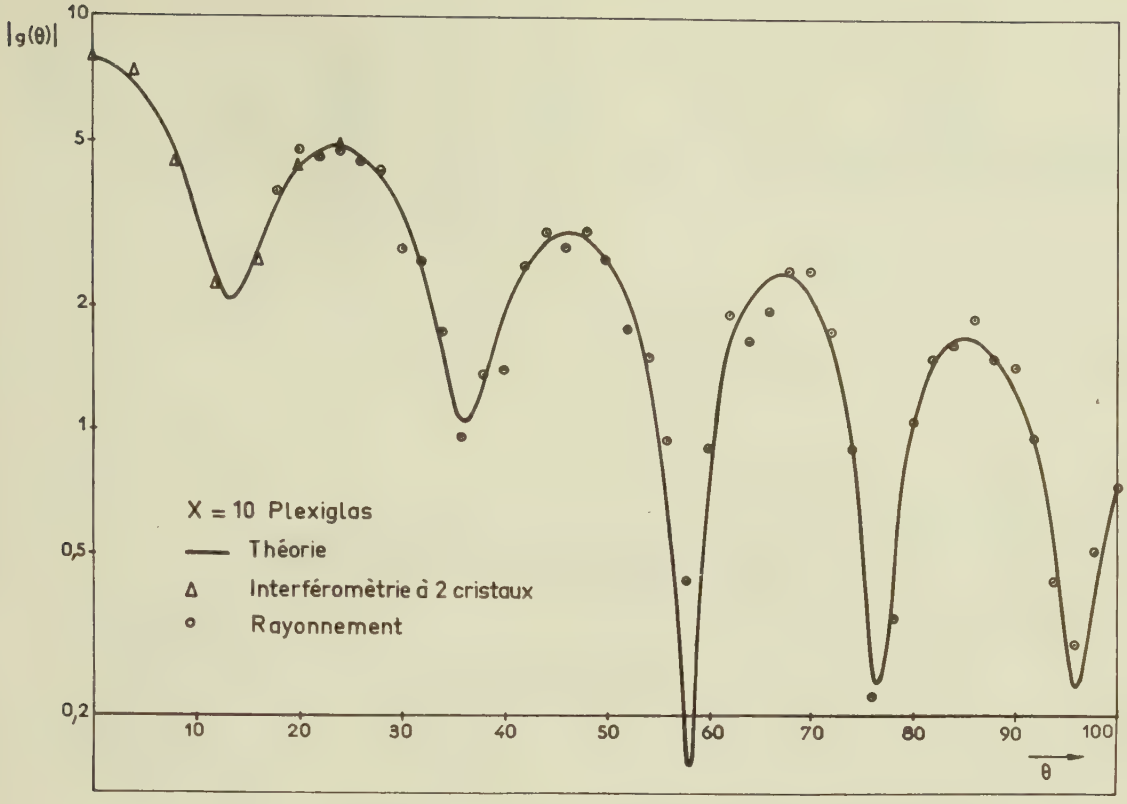


Figure 16 - Mesure de l'amplitude de diffusion g(θ). (λ = 8,9 mm).

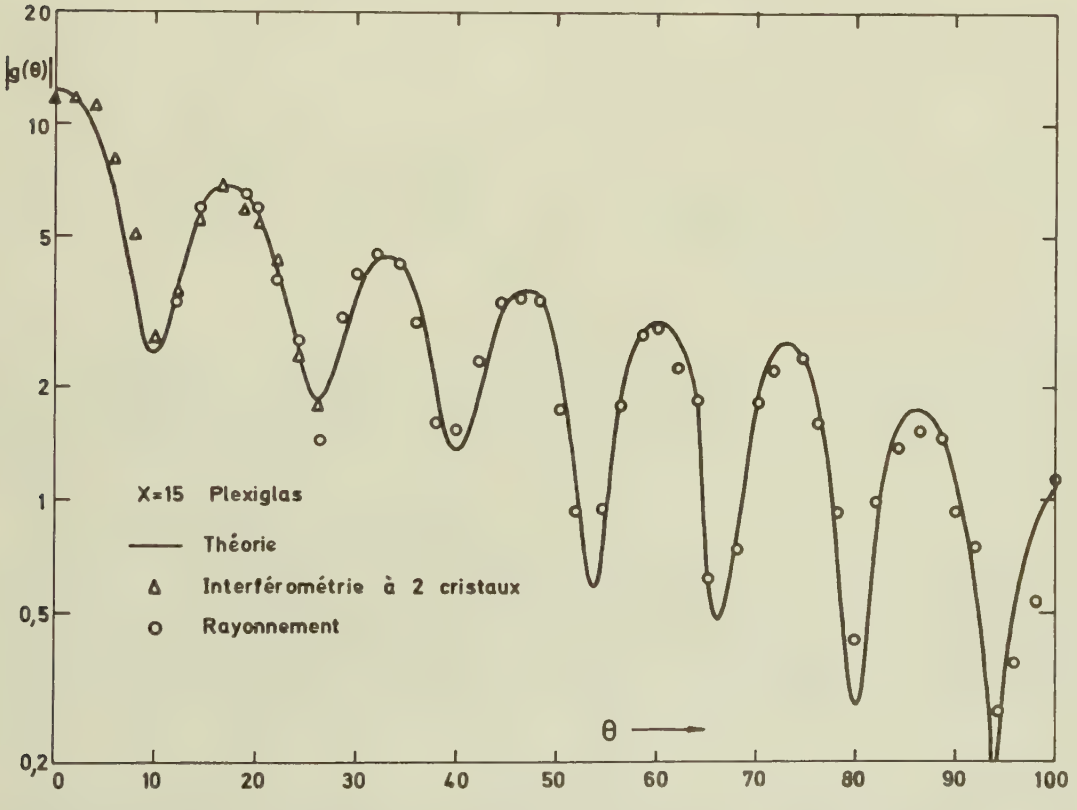


Figure 16bis -

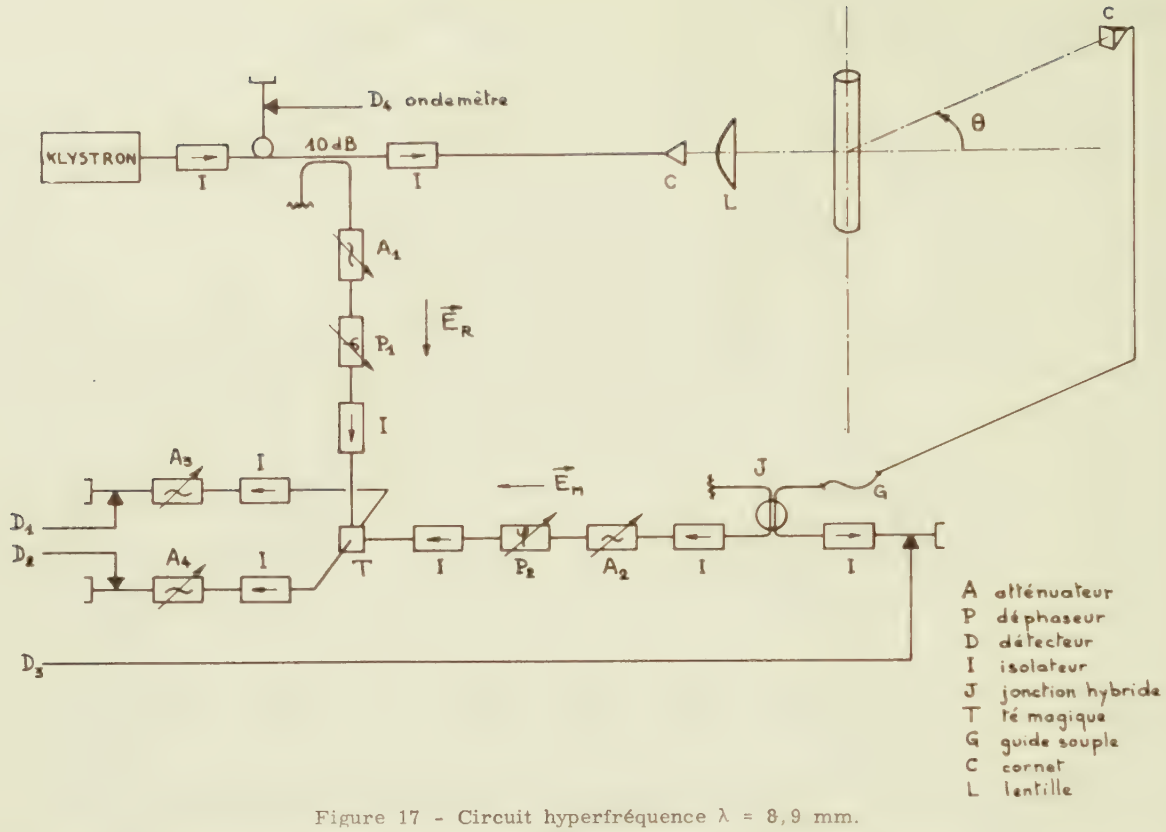


Figure 17 - Circuit hyperfréquence λ = 8,9 mm.

Derrière lui, on place une deuxième lentille dont le rôle est double. Tout d'abord, elle focalise ce faisceau incident sur un petit obstacle absorbant, de taille suffisante pour supprimer le champ incident derrière lui.

D'autre part, dans la limite de validité de l'optique géométrique, l'onde diffusée par le barreau est assimilable à un faisceau de rayons divergents, issus d'une source linéaire coïncidant avec l'axe du cylindre, et d'intensité, pour chaque rayon, égale à $|g(\theta)|^2$. (rayons en pointillés sur la Fig. 18). Si donc le foyer de la lentille se trouve sur l'axe du barreau, ces rayons divergents sont ramenés en un faisceau de rayons parallèles, et, pour obtenir $g(\theta)$, il suffit d'explorer le champ derrière l'obstacle, non plus en tournant autour du barreau, mais en promenant une sonde transversalement à l'axe optique et à l'axe du cylindre.

On constate (Fig. 18) que, si la sonde se trouve sur l'axe optique, des cylindres métalliques donnent un signal proportionnel à leur diamètre, en accord avec l'expression théorique [27] de $|g(0)|$ pour de tels cylindres. Par contre, l'exploration transversalement à l'axe optique ne permet pas de retrouver $|g(\theta)|$. Une certaine similitude entre les relevés expérimentaux, faits avec des cylindres de nature et de taille différentes, nous a conduit à incriminer l'obstacle absorbant. En effet, de par sa taille (quelques longueurs d'onde), il diffracte l'onde diffusée par le barreau, et c'est ce phénomène parasite que nous observons. Il n'est pas possible de changer sa taille, car cet obstacle doit éteindre le champ incident, tout en étant aussi petit que possible.

Si on enlève l'obstacle, ce qui nous ramène au contraste de phase [15], il faut éliminer le champ incident par interférence avec une onde de référence, comme au paragraphe précédent. Mais même dans ce cas, on n'obtient pas $|g(\theta)|$ par exploration transversalement à l'axe optique, ce qui met en évidence une autre cause de l'échec relatif de cette méthode : la tache focale de la deuxième lentille n'est pas assez petite par rapport au diamètre du cylindre pour que l'optique géométrique soit applicable, et l'onde diffusée ne peut être assimilée à un faisceau de rayons divergents.

3 - MESURE DE L'AMPLITUDE DE DIFFUSION AVANT.

Dans beaucoup de situations expérimentales, il n'est pas possible de mesurer $g(\theta)$ pour tous les angles de diffraction, à cause de l'appareillage annexe qui entoure le plasma, et il faut se con-

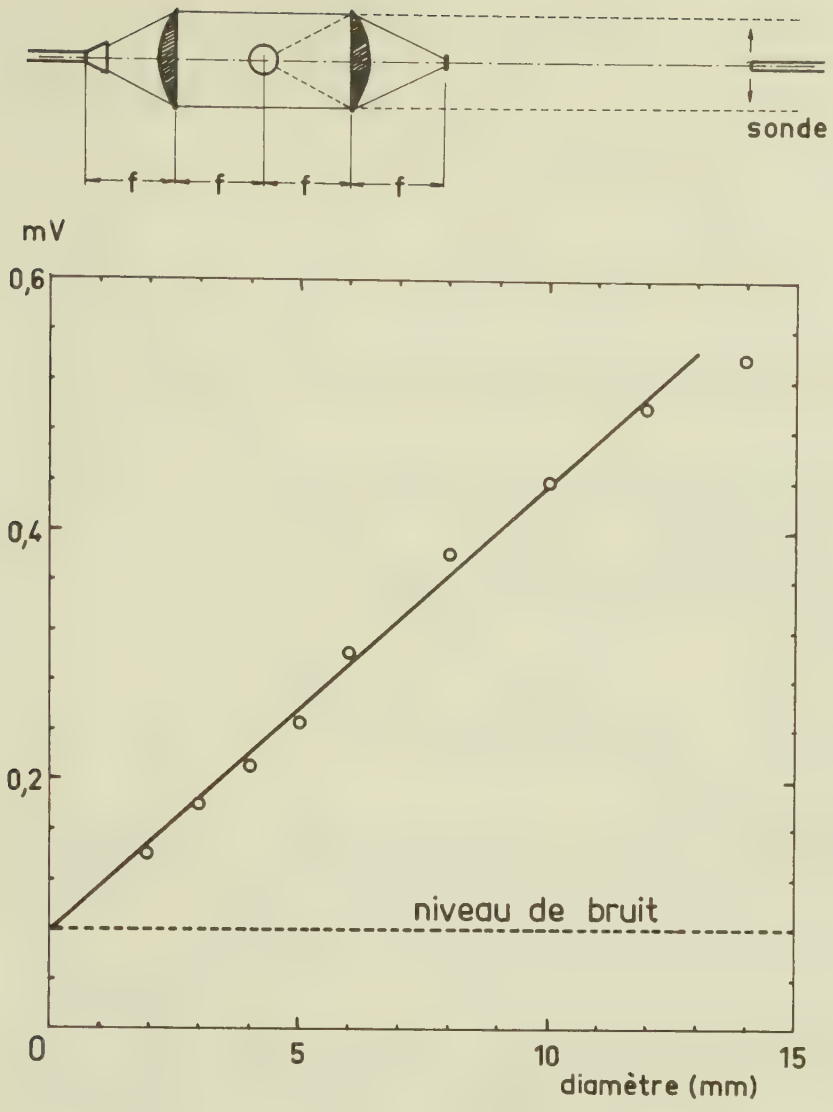


Figure 18 - Strioscopie hyperfréquence λ = 4,4 mm.

tenter du seul angle $\theta = 0$, c'est-à-dire la direction du champ incident. C'est pourquoi, dans ce paragraphe, nous nous attacherons à mesurer uniquement g(0), mais en amplitude et en phase, espérant que la perte d'information sera compensée par une simplicité et une sensibilité accrues de la mesure.

3. 1 - Adaptation des méthodes précédentes.

Bien entendu, l'interféromètre du § 2. 2 est utilisable ici et permet de mesurer g(0) en amplitude et en phase, mais les techniques interférométriques offrent d'autres possibilités. Par exemple, si on ne s'intéresse qu'au module de l'amplitude de diffusion avant, on peut régler les atténuateurs A_1 et A_2 et les déphaseurs P_1 et P_2 (Fig. 17) pour que le détecteur D_1 ne reçoive aucun signal en l'absence de cylindre (onde de référence en opposition avec l'onde incidente : $\vec{E}_R = -\vec{E}_i$). Dans ces conditions, un barreau donne sur D_1 un signal proportionnel à $|g(0)|^2$. C'est ce que nous avons fait pour λ = 4,4 et 8,9 mm, avec des cylindres métalliques, pour lesquels $|g(0)|^2$ varie comme X^2 (Fig. 19).

Nous avons également réalisé un interféromètre à deux voies de référence (schéma ci-dessous), ce qui permet la mesure directe de g(0) par une méthode de zéro. La première voie de référence sert à annuler le champ incident en l'absence de barreau, comme précédemment.

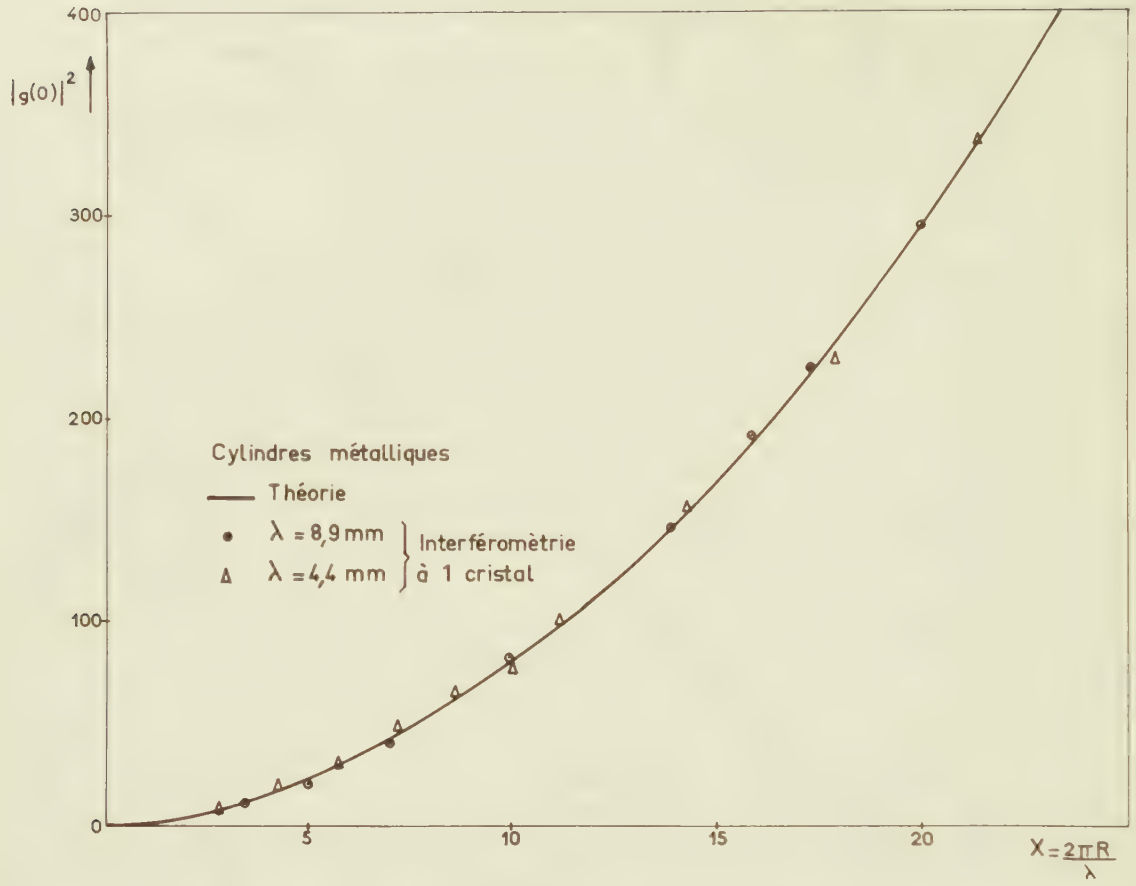
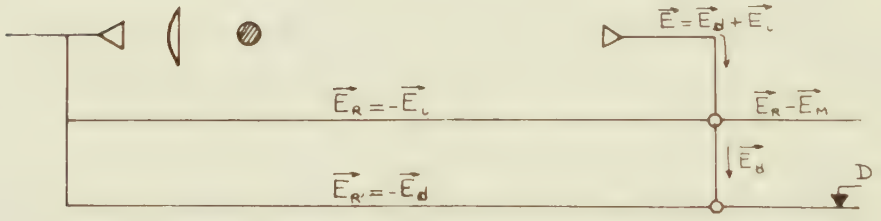


Figure 19 - Section efficace d'extinction.



Dans la deuxième voie de référence, un atténuateur et un déphaseur étalonnés permettent d'annuler le signal reçu sur le détecteur D en présence d'un barreau, et donnent donc g(0) en module et en phase. C'est cet interféromètre qui nous a donné les meilleurs résultats, car il élimine la non-linéarité des cristaux détecteurs. A titre d'exemple, nous donnons dans le tableau suivant les valeurs obtenues pour g(0) dans le cas de cylindres de plexiglas (indice de réfraction $\mu = 1,62$, pour $\lambda = 8,9$ mm, longueur d'onde de mesure).

Pour obtenir la valeur exacte de $|g(0)|$, et non pas une quantité qui lui est proportionnelle, comme au § 2.2., il faut étalonner l'interféromètre, ce qui revient à mesurer et à calculer théoriquement le gain $P(\sin\theta)$ pour $\theta = 0$ du système émetteur. Ceci peut introduire une erreur systématique qui s'élimine quand on compare les valeurs de $|g(0)|$ pour deux barreaux différents (colonnes "Rapport" du tableau).

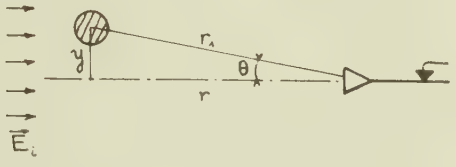
ϕ_{mm}	|g(0)| Exp.	Rapport Exp.	Rapport Théo.	|g(0)| Théo.	Phase Exp.	Phase Théo.	$X = \frac{\pi\phi}{\lambda}$
14,20	3,4	2,06	2,13	3,70	30°,2	30°,9	5
28,30	7,0	1,66	1,57	7,86	27°,6	26°,8	10
42,50	11,65	1,39	1,41	12,32	22°,5	24°,7	15
56,60	16,25			17,41	18°,5	19°,6	20

Bien que précises, toutes ces méthodes sont assez délicates, car l'onde à mesurer se situe à un niveau de puissance très faible par rapport à la puissance incidente (de l'ordre de - 30 dB).

3. 2 - Méthodes d'oscillations.

Nous savons, d'après (3. 19), que l'onde diffusée à grande distance du barreau est proportionnelle à

$$-\frac{e^{ik_0 r}}{\sqrt{k_0 r}}\, g(\theta)$$



Dans le cas où le cylindre est décentré par rapport à l'axe optique, le récepteur qui se trouve sur cet axe reçoit l'onde :

$$-\frac{e^{ik_0 r_1}}{\sqrt{k_0 r_1}}\, g(\theta) \text{ au lieu de } \quad -\frac{e^{ik_0 r}}{\sqrt{k_0 r}}\, g(0) \text{ (diffuseur centré)}$$

La puissance totale (incidente + diffusée) reçue par le récepteur sera proportionnelle à :

$$W = \left| \frac{P(0)\, e^{ik_0 r}}{\sqrt{k_0 r}} - \frac{e^{ik_0 r_1}}{\sqrt{k_0 r_1}}\, g(\theta) \right|^2$$

où P(0) est le gain du système émetteur. Pour un décentrage y faible, $\theta \simeq 0$ et $g(\theta) \simeq g(0)$. De même, la variation de la distance entre le récepteur et le cylindre diffuseur ne se fait sentir que dans le facteur de phase $\exp(i k_0 r_1)$, et la puissance reçue devient :

$$W = \frac{1}{k_0 r} \left| P(0) - g(0)\, e^{ik_0 y^2/2r} \right|^2$$

Autrement dit, tout se passe comme si la phase de g(0) était modifiée par ce décentrage. Par conséquent, si on fait osciller le cylindre transversalement à l'axe optique, la puissance W est modulée : l'amplitude de modulation est proportionnelle à $|g(0)|$, tandis que le décentrage y qui donne un extremum pour W détermine la phase de g(0). D'ailleurs, il est également possible de mesurer $g(\theta)$ en plaçant le récepteur à un angle $\theta \neq 0$, et en faisant osciller le diffuseur [32].

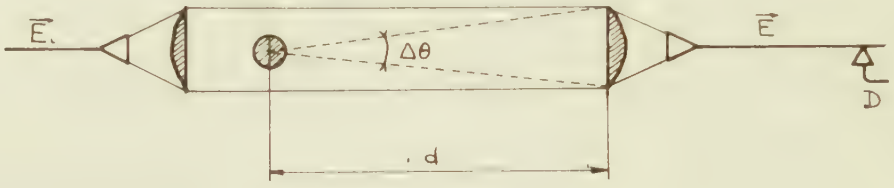
Cette méthode a été expérimentée sur $\lambda = 4,4$ mm, et donne des résultats exacts tant que le diamètre du cylindre reste inférieur à 12 mm ($X < 10$). Ses avantages sont :

- La sensibilité : le signal utile (amplitude de la modulation) est proportionnel à $|P(0).\, g(0)|$, alors que les méthodes interférométriques obligent à détecter une puissance de l'ordre de $|g(0)|^2$ et que nécessairement $|g(0)| < P(0)$, (onde incidente plus large que le cylindre).

- La simplicité : le circuit hyperfréquences est réduit à sa plus simple expression : un système émetteur et un récepteur.

Par contre, dans le cas d'un plasma, il n'est pas toujours possible de réaliser l'oscillation, et cette méthode ne permet pas, toutes choses égales par ailleurs, d'examiner des cylindres aussi larges qu'en 3.1, car le champ incident doit être uniforme sur une largeur supérieure à l'amplitude de l'oscillation du cylindre.

3.3 - Mesures par extinction.



Jusqu'à présent, le récepteur était constitué d'une sonde, guide ouvert, ou cornet électromagnétique, qui ne mesurait le champ qu'en un point de l'espace. Si maintenant on place une lentille devant le récepteur, le détecteur D sera excité par un champ électromagnétique égal à la somme, sur toute la surface de la lentille, du champ qui règne en chaque point de celle-ci, soit d'après (3.19) :

$$E = E_o \int_{lentille} \frac{e^{ik_o r}}{\sqrt{k_o r}} \left[P(\sin\theta) - g(\theta)\right] dS$$

En supposant que la lentille est suffisamment éloignée du système émetteur pour que $\theta \simeq 0$, ce champ devient :

$$E = E_o[P(0) - g(0)] \int_{lentille} \frac{e^{ik_o r}}{\sqrt{k_o r}} \, dS$$

Dans ces conditions, la puissance reçue par le détecteur est proportionnelle à $|E|^2$, donc à :

$$W \simeq [P(0)]^2 - 2P(0) \cdot \mathcal{R}_e[g(0)]$$

puisque l'intensité de l'onde diffusée est toujours plus faible que celle de l'onde incidente, c'est-à-dire :

$$|g(0)|^2 \ll [P(0)]^2$$

Donc, la différence entre le signal reçu avec barreau et celui reçu sans barreau est proportionnelle à la partie réelle de l'amplitude de diffusion avant, c'est-à-dire à la section efficace d'extinction (§ III.1.3). Nous avons vérifié ces conclusions en utilisant des cylindres métalliques (Fig. 20), pour lesquels [27] :

$$g(0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[X + (0,5 + 0,865\, i)\, X^{1/3}\right] \simeq \mathcal{R}_e[g(0)] \qquad (X > 3)$$

L'excellent accord obtenu montre que la seule limitation de cette méthode est celle imposée par la non-uniformité du champ incident au droit du cylindre, qui fait sentir ses effets quand le diamètre dépasse 10 longueurs d'onde ($X > 30$). La lentille ne perturbe pas la mesure de $g(0)$, si sa distance d au cylindre est telle que l'on puisse assimiler $g(\theta)$ à $g(0)$ dans le domaine angulaire $\Delta\theta = L/d$ (L = largeur de la lentille). Son intérêt essentiel est d'augmenter considérablement la sensibilité.

Bien entendu, on peut perfectionner la méthode en utilisant les techniques interférométriques précédentes pour mesurer aussi la partie imaginaire de $g(0)$.

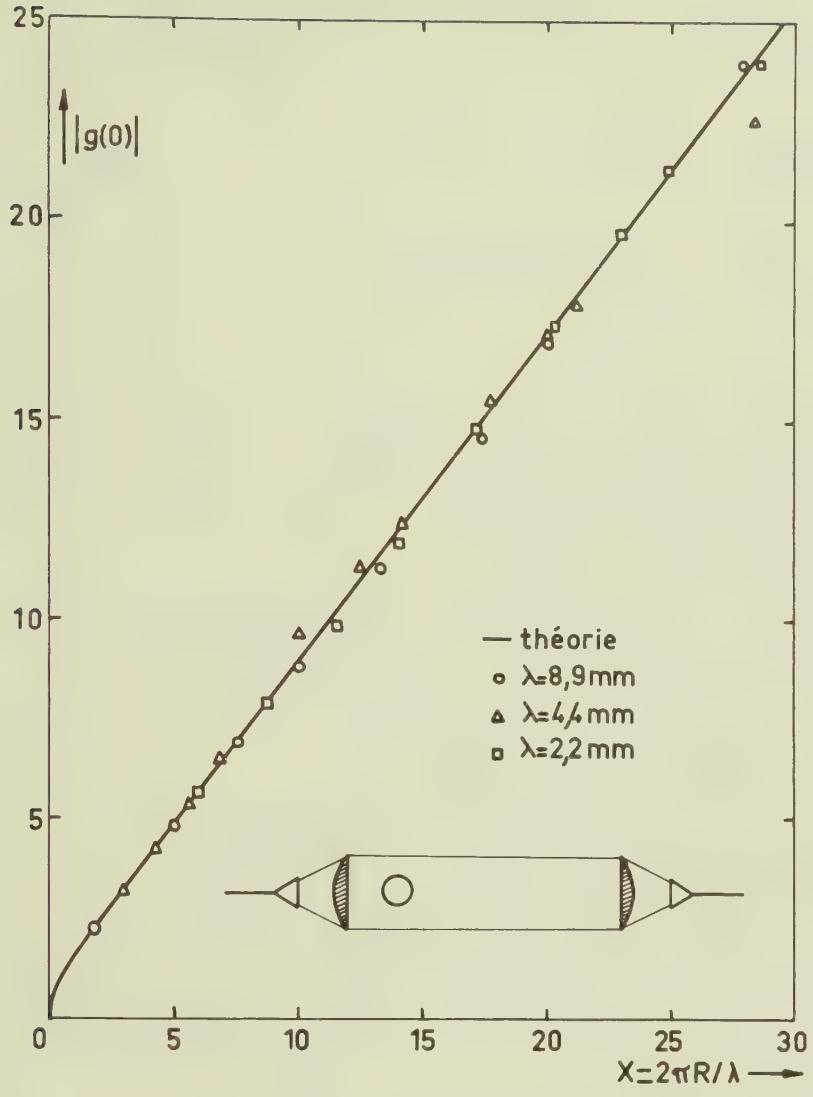


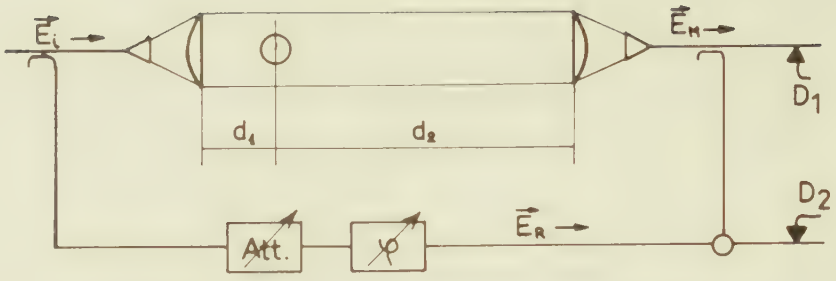
Figure 20 - Mesure de g(0) par extinction.

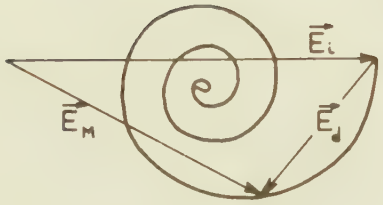
4 - NOUVELLE METHODE DE DIAGNOSTIC

Toutes ces expériences ont été faites avec des cylindres diélectriques ou métalliques, mais elles sont évidemment transposables au cas d'une colonne de plasma. Les résultats numériques sur l'amplitude de diffusion avant (§ IV. 3), et la possibilité de mesurer g(0) dans le cas d'un plasma réel, fournissent donc une nouvelle méthode de mesure de la densité et du diamètre d'une colonne de plasma, méthode basée sur la diffraction.

4. 1 - Principe du diagnostic par diffraction.

Le schéma de principe est donné Fig. 21. La colonne de plasma, de diamètre 2R, est éclairée par un faisceau de rayons parallèles issus de la lentille L_1. L'ouverture de cette lentille L_1 et la distance d_1 qui la sépare de la colonne de plasma sont choisies de façon que la distribution de champ incident au droit du plasma soit la plus uniforme possible, sur une largeur supérieure au diamètre 2R de la colonne. La lentille réceptrice L_2 est identique à L_1, ce qui permet de recueillir, en l'absence de plasma, le maximum d'énergie incidente. Cette lentille L_2 doit se trouver à l'infini pour la colonne de plasma, c'est-à-dire que la distance d_2 entre L_2 et le plasma est supérieure à la distance de Rayleigh $4R^2/\lambda$:



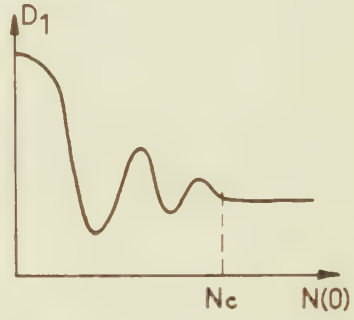


$$\vec{E}_M = \vec{E}_i + \vec{E}_d$$

$$D_1 = \left[P(0)\right]^2 - 2.P(0).\mathcal{R}e\left[g(0)\right]$$

Pour $\vec{E}_R = -\vec{E}_i$,

$$D_2 = \left[g(0)\right]^2$$



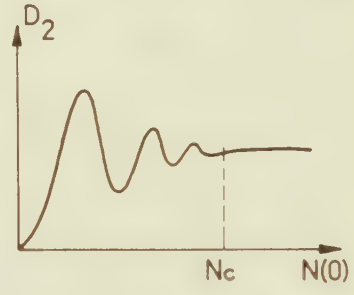


Figure 21 - Principe du diagnostic par diffraction.

$$\boxed{d_2 \gg 4R^2/\lambda}$$

Cette condition nous assure également que dans l'angle $\Delta\theta$, sous lequel on voit la lentille L_2 du plasma, on peut assimiler $g(\theta)$ à $g(0)$. En effet, le premier minimum de $g(\theta)$ se trouve à l'angle

$$\theta = \pi/X = \lambda/2R \qquad \text{(cf § IV. 2. 2)}$$

Il faut donc que

$$\Delta\theta \simeq \frac{l_2}{d_2} \ll \frac{\lambda}{2R} \qquad l_2 = \text{largeur de } L_2$$

Comme la lentille L_2 est identique à L_1, sa largeur l_2 est de l'ordre de 2R (puisque tout le plasma est éclairé par le champ incident). Donc :

$$\Delta\theta \simeq \frac{2R}{d_2} \ll \frac{\lambda}{2R} \longrightarrow d_2 \gg \frac{4R^2}{\lambda}$$

Nous savons que, dans ces conditions, l'onde de mesure recueillie par le cornet placé au foyer de L_2 est la somme de l'onde incidente $\vec{E}_i$ et de l'onde diffusée $\vec{E}_d$ qui, elle, est proportionnelle à $g(0)$:

$$\vec{E}_M = \vec{E}_i + \vec{E}_d$$

Un coupleur directif, placé derrière le cornet, prélève une partie de $\vec{E}_M$, et le détecteur D_1 délivre un signal proportionnel à $|E_M|^2$, c'est-à-dire à :

$$D_1 = [P(0)]^2 - 2\,P(0)\,\mathcal{R}_e[g(0)] \qquad (\text{si } P(0) \gg |g(0)| : \S\ 3.4)$$

L'autre partie de l'onde de mesure interfère avec une onde de référence. En réglant l'atténuateur et le déphaseur pour que $\vec{E}_R = -\vec{E}_i$ (pas de signal sur D_2 en l'absence de plasma), le détecteur D_2 permet de mesurer $|g(0)|^2$.

Pour illustrer la méthode, supposons que la densité du plasma croisse à partir de 0, le plasma gardant un diamètre constant. L'extrémité de $\vec{E}_d$ décrit alors une spirale analogue à celles de la Fig. 8, et les signaux donnés par D_1 et D_2 ont l'allure représentée Fig. 21. D_1 part de la valeur constante $|P(0)|^2$, tandis que D_2 part de zéro. Puis la densité augmentant, D_1 et D_2 oscillent autour d'une valeur moyenne, qu'ils atteignent quand la densité dépasse la densité critique (comportement métallique du plasma).

4.2 - Comparaison avec les autres méthodes hyperfréquences.

Ce schéma présente quelques analogies avec le principe des mesures interférométriques classiques utilisées habituellement en hyperfréquences [14] : dans les deux cas, on mesure l'amplitude et la phase d'une onde de sondage qui a interagi avec le plasma. Ainsi, le signal D_1 de notre méthode ressemble au signal de transmission classique, et D_2 au signal d'interférométrie, tandis que les valeurs asymptotiques de D_1 et D_2 font penser à la "coupure" (§ IV. 4. 1). Cependant, ces analogies ne sont que superficielles :

- L'onde de sondage n'a pas la même structure. Dans la méthode classique, elle est focalisée sur le plasma : elle traverse donc tout entière le plasma, mais ne réagit qu'avec une partie de celui-ci. Nous utilisons ici, au contraire, un faisceau de rayons parallèles qui éclaire tout le plasma, et dont une partie seulement interagit avec la colonne entière ; enfin, la colonne de plasma ne se trouve pas dans le plan de symétrie du système optique complet.

- L'interprétation des mesures se fait également sur des bases radicalement différentes. Dans l'interférométrie classique, on assimile le plasma à une lame à faces parallèles, et on utilise l'optique géométrique : la variation de la phase de l'onde de sondage à la traversée du plasma est égale à l'intégrale du chemin optique :

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-R}^{+R} [1-\sqrt{1-N(r)/N_c}]\ dr$$

Dans le diagnostic par diffraction, on remonte des signaux D_1 et D_2 au diamètre et à la densité de la colonne par les courbes obtenues au § IV. 3 (Figs. 8-11). Mais comme notre théorie s'affranchit des hypothèses simplificatrices de la lame à faces parallèles et de l'optique géométrique, cette méthode n'est pas sujette aux anomalies observées dans la méthode classique et décrites au § IV. 4. 1 anomalies qui se produisent quand la tache focale de l'onde de sondage est comparable au diamètre de la colonne.

La mise en oeuvre d'une mesure par diffraction est extrêmement simple. Par opposition avec ce qui se passe en interférométrie classique, le centrage du plasma par rapport à l'axe optique n'est pas critique, tant que le plasma reste contenu dans la zone où le champ incident est uniforme.

Sensibilité de la méthode.

Si le plasma perturbe peu le champ incident (approximation de Born) l'onde diffusée est proportionnelle à (§ II. 2. 2) :

$$\alpha X^2 = \frac{N(0)}{N_c} \times \frac{4\pi^2 R^2}{\lambda^2}$$

Le champ incident est proportionnel à P(0), c'est-à-dire en gros au rapport de la largeur l_1 de la lentille L_1 à la longueur d'onde. Donc, pour $N(0) \ll N_c$,

$$\left| \frac{E_d}{E_i} \right| \text{ prop. à } \frac{N(0)}{N_c} \propto \frac{R^2}{l_1 \lambda}$$

La densité N(0) minimum que l'on peut mesurer, et qui est déterminée par la sensibilité du détecteur, varie donc comme $l_1 \lambda / R^2$.

Dans le cas de l'interférométrie classique, cette densité minimum varie comme λ/R, comme on peut le voir à partir de l'expression du déphasage de l'onde de sondage, qui, pour $N(0) \ll N_c$, s'écrit :

$$\Delta\Phi \sim \frac{2\pi}{\lambda} \frac{N(0)}{N_c} \times 2R \quad .$$

Par exemple, la figure 20 montre que nous sommes capables de mesurer, sans précaution spéciale, une onde diffusée telle que :

$$|g(0)| = 2,5$$

Ceci correspond à une densité sur l'axe $N(0) = 0,01\ N_c$, dans le cas d'un plasma homogène, de diamètre égal à 10 longueurs d'onde (cf Fig. 9). D'après le paragraphe IV. 4. 1, l'interférométrie classique est également applicable à un tel plasma, et le déphasage minimum mesurable ($\Delta\Phi = 2\pi/20$ habituellement) conduit aussi à une densité minimum mesurable $N(0) = 0,01\ N_c$.

En conclusion, les limitations de cette méthode de diagnostic par diffraction ne sont pas d'ordre théorique, mais uniquement d'ordre pratique : elles tiennent à la possibilité de réaliser un champ incident homogène sur une largeur supérieure au diamètre du plasma. Avec le champ incident du § 1, le diamètre maximum est de 10 longueurs d'onde.

Cette méthode est donc complémentaire des méthodes interférométriques habituelles : elle est particulièrement adaptée à la mesure des colonnes de plasma de diamètre relativement petit et de densité moyenne, là où les méthodes classiques sont inutilisables.

CHAPITRE VI

RÉALISATION D'UN PLASMA CYLINDRIQUE

1 - NECESSITE D'UN PLASMA A LA PRESSION ATMOSPHERIQUE

1.1 - Caractéristiques souhaitées pour le plasma.

Pour tracer expérimentalement le diagramme de diffraction d'une onde électromagnétique par un plasma réel, comme pour préciser les possibilités et les limites expérimentales de la nouvelle méthode de diagnostic à laquelle nous avons été conduits, il faut disposer d'un plasma dont on puisse faire varier facilement les caractéristiques. Nous nous fixerons comme domaine souhaitable de variation des paramètres constitutifs de la colonne, non pas tout le domaine exploré au chapitre IV, mais simplement celui pour lequel les phénomènes de diffraction sont les plus importants, et pour lequel il n'y a pas d'approximation possible à la théorie présentée. Ceci conduit aux caractéristiques suivantes :

• Forme du plasma : cylindrique. La hauteur du cylindre, limitée par construction, doit cependant être suffisante pour que l'on puisse parler de géométrie cylindrique. D'après le § III. 3. 1, nous pouvons nous fixer :

$$\text{hauteur} \geqslant 10 \text{ à } 20 \text{ diamètres}$$

Sur cette hauteur, le plasma doit être aussi homogène que possible suivant son axe (§ III. 3. 2).

• Diamètre. Dans nos calculs, le diamètre intervient par le paramètre sans dimensions $X = 2\pi R/\lambda$ qui doit pouvoir varier entre :

$$3 \leqslant X \leqslant 30 \text{ (diamètre variable de 1 à 10 longueurs d'onde).}$$

En fait, on peut prévoir qu'il sera assez difficile de changer le diamètre, car les dimensions du plasma sont pratiquement déterminées par la géométrie du dispositif expérimental. Nous serons donc obligés d'utiliser des longueurs d'onde incidentes différentes.

• Densité. Le rapport entre la densité sur l'axe de la colonne et la densité critique pour l'onde utilisée doit varier entre :

$$0,01 \leqslant \alpha = N(0)/N_c \leqslant 10$$

Ce paramètre étant l'un des plus importants, il est souhaitable de pouvoir le faire varier facilement.

• Profil. Comme pour le diamètre, le profil sera assez difficile à changer, car il est fixé par le type de décharge utilisée et donc par la géométrie de l'expérience.

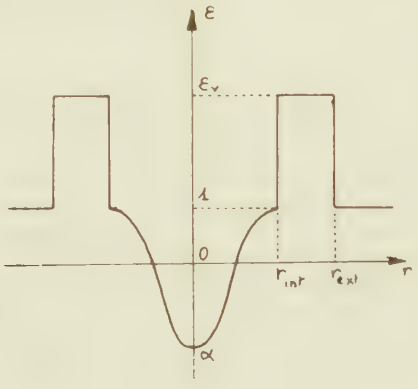
Nous ne nous imposons aucune condition sur les fréquences de collisions.

Si on veut que le plasma soit assez facile à mettre en oeuvre, et simple d'emploi, il ne doit pas être trop volumineux. Son diamètre doit donc être de l'ordre du centimètre. La plage de variation pour X nous impose alors d'utiliser des ondes millimétriques, pour lesquelles nous disposons de générateurs suffisamment stables et puissants aux longueurs d'onde de 2,2 - 4,4 - 8,9 mm. Ceci entraîne que la densité dans la colonne doit pouvoir varier entre 10^{11} et 10^{15} e/cm^3.

1.2 - Décharge à basse pression.

Pour résoudre ce problème, nous avons d'abord envisagé d'utiliser la colonne positive d'une décharge à basse pression, c'est-à-dire de l'ordre du millimètre de mercure, car le plasma obtenu

de cette façon est cylindrique sur une hauteur suffisante : sa taille est déterminée par les dimensions du tube à décharge, et sa densité peut varier dans une certaine mesure avec le courant de la décharge. Nous avons ainsi fait quelques essais avec un tube d'éclairage Philips, type TL 16W, démuni de sa poudre fluorescente, et fonctionnant en courant continu. Nous avons alors constaté que le diagramme de diffraction sur $\lambda = 8,9$ mm, était principalement dû au tube de verre dans lequel se fait la décharge, et dont l'épaisseur est cependant inférieure à 1 mm, et que l'effet du plasma était difficilement décelable, même pour une densité électronique de l'ordre de quelques 10^{12} e/cm^3. Changer de longueur d'onde n'améliore pas les choses, comme l'ont montré d'autres expériences sur $\lambda = 3$ cm [33].



Il n'est pas possible de remédier à cet état de fait en procédant par différence, c'est-à-dire en relevant successivement la diffraction par le tube de verre seul, puis la diffraction par l'ensemble tube et plasma. En effet, si les équations du chapitre II sont bien linéaires vis à vis du champ électrique, elles ne permettent pas de considérer la diffraction par l'ensemble tube de verre et plasma comme résultant de la somme des effets séparés du verre et du plasma. On pourrait tenir compte de la présence du tube de verre dans le calcul numérique en modifiant le profil de la constante diélectrique du système diffusant, suivant le schéma ci-dessus.

Mais ceci a l'inconvénient d'introduire trois paramètres supplémentaires : les rayons intérieur et extérieur du tube de verre et sa constante diélectrique. D'autre part, cette méthode ne donne que l'effet global de l'ensemble du milieu diffusant, et ne permet pas de remonter a posteriori à l'onde diffusée par le plasma seul.

Il ne reste donc qu'une alternative :

- créer une décharge à basse pression dans une enceinte à vide assez large pour contenir tout le système hyperfréquence. Nous avons rejeté cette solution à cause des dimensions prohibitives que devrait avoir l'enceinte (environ 3 m de diamètre et 1 m de hauteur) et des servitudes technologiques que cela impose, mais également à cause des réflexions parasites qui ne manqueront pas de se produire sur les parois de l'enceinte.

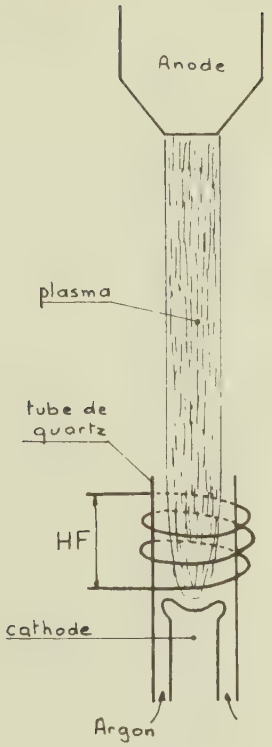
- créer un plasma sans parois, c'est-à-dire à la pression atmosphérique.

1.3 - Torche à haute fréquence.

Le plasma obtenu dans une torche à haute fréquence, [34], nous a semblé convenir à la réalisation d'un cylindre de plasma, au prix d'une mise en forme de son dard conique. Ce plasma est créé par claquage haute fréquence dans un écoulement d'argon à la pression atmosphérique. La décharge est du type inductif : elle utilise le champ magnétique HF engendré par un solénoïde de quelques spires qui entoure le tube de quartz dans lequel se fait l'écoulement gazeux.

Tel quel, le plasma a la forme d'une flamme, et est localisé au niveau du solénoïde. Pour le rendre cylindrique, on superpose à la décharge HF une tension continue à l'aide de deux électrodes en cuivre refroidies à l'eau : la cathode est à l'intérieur du tube de quartz, et l'anode se trouve à une dizaine de centimètres de la sortie du tube (schéma ci-après).

Dans certaines conditions (puissance HF et puissance continue suffisantes, forme appropriée des électrodes..) on observe un amorçage entre les deux électrodes, et la décharge devient cylindrique sur toute la hauteur qui sépare l'anode du tube de quartz. Dans nos expériences, faites



avec un oscillateur STEL, la puissance HF était de l'ordre de 5 à 8 KW, pour une fréquence de 6 MHz, la puissance continue de l'ordre de 5 KW, et le débit d'argon de 25 1/min environ.

Après avoir déterminé la forme d'électrodes qui donne la colonne de plasma la plus stable, nous avons mesuré la densité électronique au sein du plasma à l'aide d'un laser à gaz à hélium-néon, et en utilisant la méthode d'ASHBY et JEPHCOTT [35]. La densité électronique reste sensiblement constante suivant l'axe de la colonne, mais est toujours supérieure à 10^{16} e/cm^3, ce qui est en accord avec les valeurs de température indiquées par ailleurs [34] pour ce type de décharge 12.000°K environ.

Il n'est pas possible de faire varier la densité dans de grandes proportions, en agissant sur les paramètres de la décharge. En particulier, une variation de la puissance HF ou de la puissance continue, comme du débit de gaz, compatible avec le maintien en fonctionnement de la décharge, ne fait que varier les dimensions du plasma, sans changer beaucoup la densité : nous n'avons obtenu qu'un facteur 3 au maximum.

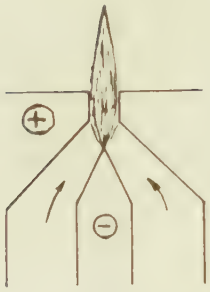
Cette densité nous obligerait donc, pour réaliser une expérience de diffraction, à utiliser des longueurs d'onde voisines de 30 μ, en prenant par exemple un laser à vapeur d'eau ; mais ces longueurs d'onde sont beaucoup trop petites par rapport au diamètre de la colonne qui est fixé par les dimensions du tube, et était dans notre cas de 20 mm.

Toutes ces raisons nous ont fait abandonner ce type de décharge, pour utiliser le jet laminaire fourni par un chalumeau à plasma à courant continu.

2 - REALISATION D'UN JET LAMINAIRE

2.1 - Principe.

Un chalumeau à plasma, ou "plasmatron", se compose essentiellement de deux électrodes : la cathode est taillée en pointe, et l'anode, percée d'un trou, a la forme d'une tuyère convergente. Si on fait passer un écoulement gazeux - de l'argon le plus souvent - et si on fait éclater un arc entre les deux électrodes, on constate que le gaz s'ionise en traversant l'arc, et sort par l'orifice anodique sous forme d'un jet de plasma extrêmement brillant, et dont la température atteint couramment 12.000°K.



Les études poursuivies au Laboratoire des Echanges Thermiques du CNRS [36] ont montré qu'il existait en fait deux régimes de fonctionnement du plasmatron, suivant le débit de gaz et l'intensité du courant dans l'arc :

• le régime turbulent est obtenu de façon habituelle pour des débits de gaz assez élevés et des intensités variables. Il est caractérisé par un fonctionnement assez bruyant. Le jet a la forme d'un dard très brillant et bien défini : son diamètre est comparable aux dimensions du trou anodique, et sa longueur peut atteindre plusieurs centimètres. Ce dard chaud est entouré d'un panache plus important, mais beaucoup moins lumineux et moins chaud.

• Si on diminue le débit du gaz, tout en conservant une intensité dans l'arc assez élevée, on observe que le dard se rétracte légèrement, mais surtout que le panache s'allonge considérablement, pour prendre finalement la forme d'un cylindre dont la hauteur peut atteindre 50 cm. En même temps le bruit de l'écoulement disparaît. Ce régime, appelé laminaire, est un peu plus difficile à obtenir que le régime turbulent, mais est parfaitement stable.

Nous avons ainsi pensé à utiliser ce jet laminaire pour réaliser des expériences de diffraction : son diamètre, de l'ordre du centimètre, est compatible avec l'utilisation d'ondes millimétriques. Mais, en dehors du dard très chaud, la densité électronique est tout à fait insuffisante. En effet, à une dizaine de centimètres de l'anode, la température est voisine de 4000°K, ce qui donne une densité de l'ordre de 10^{11} e/cm^3. en supposant l'équilibre thermodynamique réalisé. On peut cependant augmenter considérablement la densité par ensemencement du gaz de travail avec de petites quantités d'éléments très électro-positifs comme le sodium ou le potassium, et facilement ionisables à ces températures.

Suivant ce principe, nous avons obtenu une colonne de plasma parfaitement stable, et dont la densité électronique peut varier entre 10^{11} et 10^{15} e/cm^3 dans la zone intéressante.

2.2 - Le plasmatron (1).

Le plasmatron que nous avons construit est dérivé du modèle mis au point au CNRS [36]. Il a été spécialement conçu pour pouvoir fonctionner longtemps en régime laminaire. C'est pourquoi nous avons veillé tout particulièrement, dans sa réalisation, à un centrage rigoureux de l'ensemble, centrage qui conditionne la symétrie de l'écoulement, et à un refroidissement énergique des pièces en contact avec le plasma (Fig. 22).

Le corps du plasmatron est en plexiglas, matériau choisi pour ses qualités mécaniques et d'isolement, et il est usiné avec soin, car toutes les autres pièces sont centrées sur lui. La cathode est fixée sur un porte-cathode cylindrique, qui peut coulisser dans le corps par l'intermédiaire de deux joints toriques. L'anode est centrée sur le corps par l'intermédiaire de son support et d'un couvercle qui se visse sur ce support. Ce système permet un démontage rapide, et les électrodes, pièces considérées comme consommables, sont faciles à usiner. La cathode et l'anode sont refroidies indépendamment l'une de l'autre, mais pour les deux, l'eau de refroidissement est amenée au plus près des points les plus chauds : pointe cathodique et col de la tuyère. L'étanchéité est assurée soit par des joints toriques, soit par des alésages coniques. L'injection de gaz se fait tangentiellement au porte-cathode par l'intermédiaire d'une chambre de détente et d'un diffuseur. Les arrivées de courant sont sur le porte-cathode et le support de l'anode.

---

(1) Je tiens à remercier ici le Laboratoire des Echanges Thermiques du CNRS, et en particulier Monsieur J. CHAPELLE, qui ont bien voulu nous faire profiter de leur grande expérience dans ce domaine.

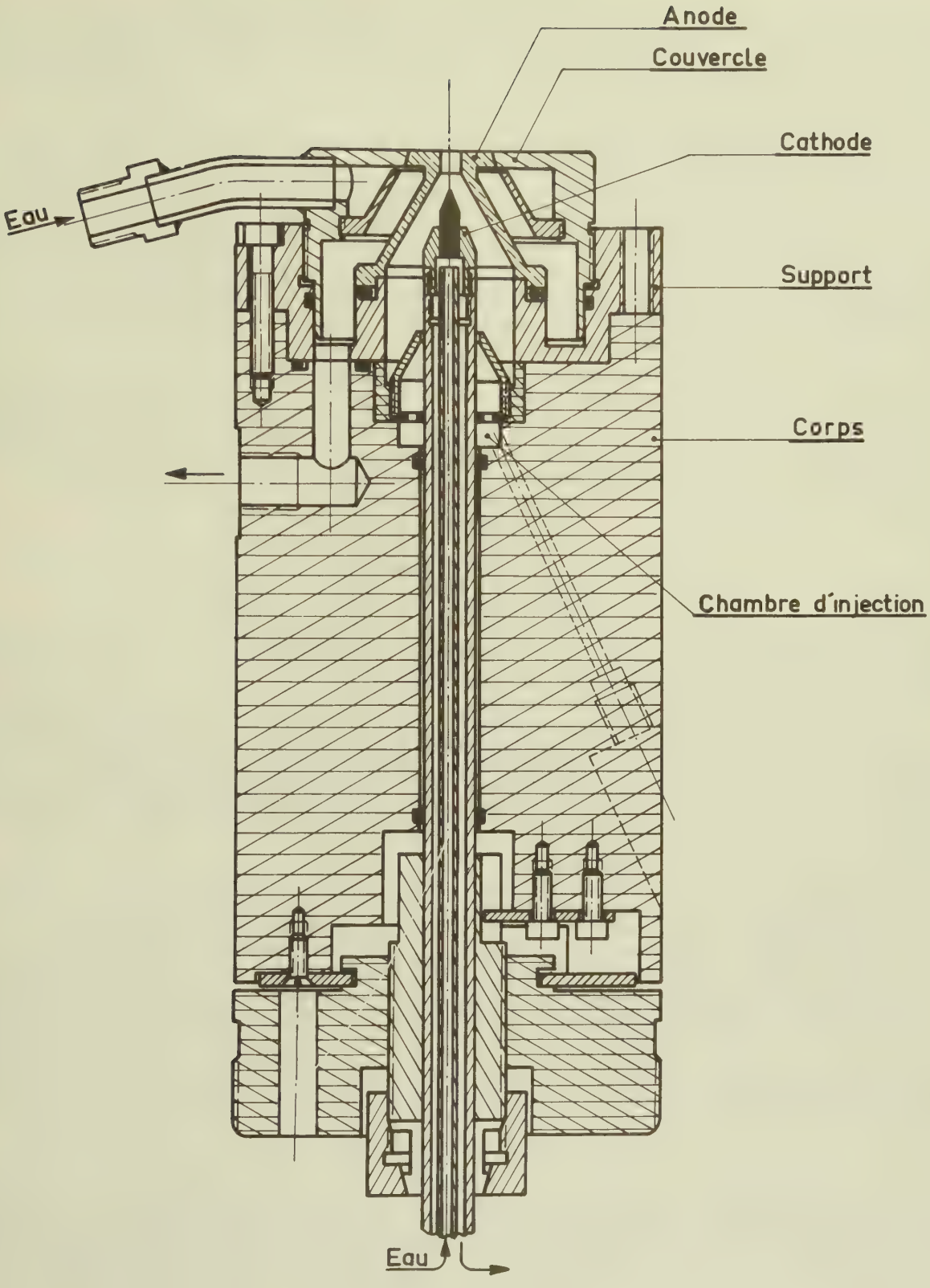


Figure 22 - Le plasmatron.

Au cours d'une période de mise au point, nous avons cherché les formes d'électrodes qui donnaient le meilleur jet laminaire. Nous avons ainsi constaté que le profil de la tuyère importait relativement peu. Par contre, le diamètre de l'orifice anodique doit être inférieur à 8 mm pour obtenir le jet laminaire. De même, un col trop long réduit la taille du jet. Les meilleurs résultats ont été obtenus pour une anode conique en cuivre, avec un col de 5 mm de diamètre pour 5 à 8 mm de longueur.

Nos premières cathodes étaient usinées dans un barreau de molybdène, et se vissaient directement sur le porte-cathode. Satisfaisantes en régime turbulent, elles étaient médiocres en régime laminaire, probablement à cause de la mauvaise conductibilité thermique du molybdène, et du gradient de température trop élevé entre la pointe cathodique et la zone refroidie. Par la suite, nous avons utilisé des cathodes en tungstène thorié, sous forme de bâtonnets sertis puis brasés sur un embout de cathode en cuivre. L'ensemble est taillé en forme de cône, dont l'angle au sommet est inférieur à celui de la tuyère, de façon que la plus courte distance entre les deux électrodes soit obtenue pour la pointe cathodique. Habituellement, cette distance varie entre 5 et 10 mm. Elle est réglable en cours de fonctionnement, par déplacement longitudinal du porte-cathode à l'aide d'une vis micrométrique reliée au corps du plasmatron.

La source électrique est un poste de soudage, à cellules redresseuses au sélénium, donnant 72 V à vide, et dont l'intensité réglable peut varier de 50 à 500 A. Après avoir mis en route le refroidissement et l'injection de gaz, l'amorçage se fait par court-circuit des deux électrodes à l'aide d'un charbon. Pour passer du régime turbulent au jet laminaire, on augmente l'intensité du courant d'arc, puis on réduit progressivement le débit de gaz. Nous avons travaillé avec de l'argon et de l'hélium. Les conditions habituelles de fonctionnement sont :

Gaz	Débit	Courant	Tension
Argon	4-6 1/mn	250-300 A	16-20 V
Hélium	15-25 1/mn	250-300 A	26-32 V

Dans le cas de l'hélium, on ne peut pas amorcer directement avec ce gaz : il faut commencer par mettre en route avec l'argon, puis passer progressivement de l'argon à l'hélium (un passage trop brutal peut souffler l'arc).

Le jet laminaire obtenu fait couramment 30 à 50 cm de haut avec l'argon, pour un diamètre dans la zone utile de 7 à 10 mm, mais avec l'hélium, il peut atteindre 120 cm de haut et 10 à 18 mm de diamètre. La taille du jet est essentiellement fonction du débit de gaz et du courant d'arc, mais dépend aussi de l'état d'usure des électrodes. La stabilité de ce jet est excellente, meilleure encore avec l'hélium qu'avec l'argon. Le plasmatron peut fonctionner plus d'une heure d'affilée sans échauffement notable. La limite est d'ailleurs plutôt due à la fatigue de l'expérimentateur et à l'échauffement du redresseur de soudage.

2.3 - L'ensemencement.

L'augmentation de la densité électronique dans le jet laminaire par injection de petites quantités d'élément électro-positif dans le gaz de travail se met en évidence en calculant la composition d'un plasma constitué de cinq espèces de particules : électrons, atomes et ions du gaz, et atomes et ions de la semence. Pour ce faire, on suppose que le plasma est en équilibre thermodynamique et que les atomes ne peuvent s'ioniser qu'une fois. La loi de Saha [12] permet alors de relier le taux d'ionisation de chaque élément (gaz et semence) à la température T du plasma et au potentiel d'ionisation de l'élément. Ceci fournit deux équations qui, ajoutées à la condition de neutralité électrique, déterminent la densité électronique en fonction de la température T et du taux d'ensemencement ε, défini par :

$$\varepsilon = (n_s + n_{s+})/(n_G + n_{G+})$$

où n_S, n_{S+}, n_G, n_{G+} sont les densités atomiques et ioniques de la semence et du gaz. Ce calcul a été fait pour de l'argon ensemencé au potassium [37]. Les courbes (Fig. 23) montrent qu'aux températures les plus élevées, dans le dard, par exemple, la densité électronique est pratiquement celle qui résulterait de l'ionisation de l'argon seul. Par contre, aux températures plus basses qui correspondent au jet laminaire, l'ionisation du potassium est prépondérante, par suite de son faible potentiel d'ionisation et de sa pression partielle plus faible. Dans la plage de température 3500°K - 5000°K, la densité électronique est sensiblement indépendante de la température et proportionnelle au taux d'ensemencement : le potassium est pratiquement totalement ionisé, tandis que l'ionisation

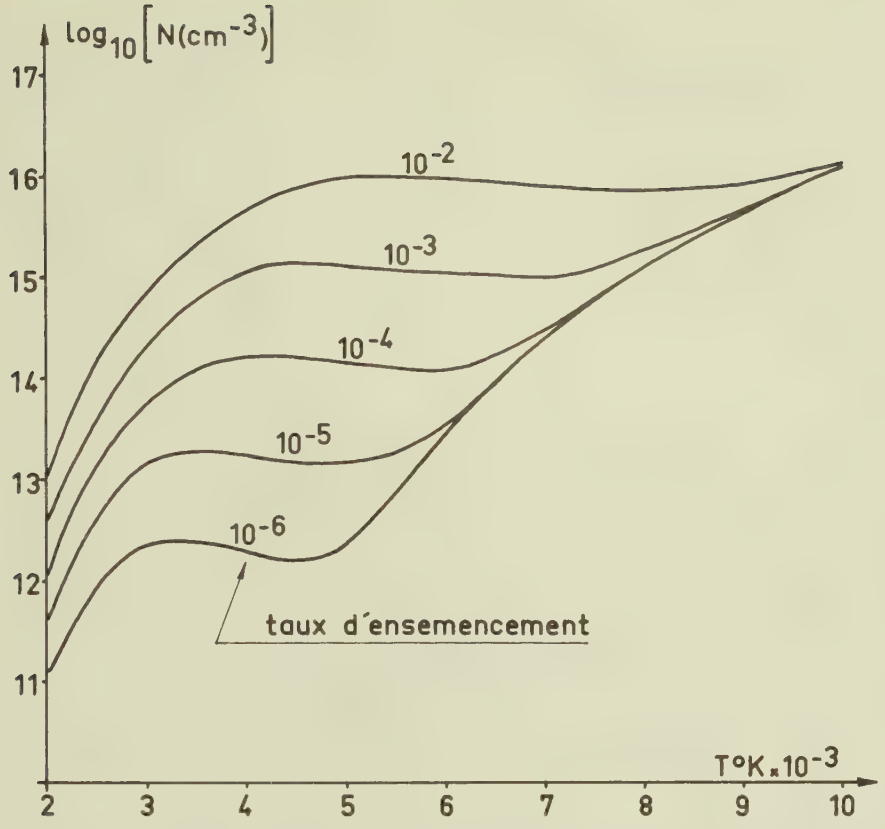


Figure 23 - Densité électronique d'un mélange Argon-Potassium.

de l'argon reste négligeable. On en déduit que, bien que la température sur l'axe du jet décroisse légèrement (§ 3.4), la densité électronique restera parfaitement homogène suivant l'axe de la colonne. Ces conclusions sont également valables si on utilise de l'hélium à la place de l'argon, puisque son potentiel d'ionisation est plus élevé que celui de l'argon.

Pour injecter correctement le potassium dans le jet, nous avons utilisé deux dispositifs.

Ensemencement par brouillard : Ce dispositif est schématisé Fig. 24. Son principe consiste à vaporiser une solution de sel de potassium dans l'eau par un courant d'argon. Après condensation des plus grosses goutelettes, on obtient ainsi un écoulement d'argon chargé d'un brouillard homogène, et qui est mélangé au courant d'argon pur primitif, avant d'être envoyé dans le plasmatron. L'amorçage du plasmatron se fait avec de l'argon pur et on injecte progressivement l'argon ensemencé, une fois le jet laminaire obtenu. Nous avons choisi comme sel du carbonate de potassium, en raison de sa grande solubilité dans l'eau. Ce dispositif, très souple d'emploi, fournit un ensemencement homogène et très régulier. La présence du vapeur d'eau n'altère pas la qualité du jet laminaire.

Pour déterminer l'efficacité de ce système, c'est-à-dire pour relier le taux d'ensemencement obtenu à la concentration de la solution, nous avons remplacé la solution par de l'eau pure, et mesuré la quantité d'eau vaporisée pendant un temps donné en envoyant l'argon chargé de brouillard sur un tube dessicateur contenant de l'anhydride phosphorique. Le nombre de molécules d'eau ainsi emportées est égal à 2 % du nombre d'atomes d'argon, ce qui permet d'obtenir, avec une solution saturée en CO_3K_2, un taux d'ensemencement maximum de $2,78 \times 10^{-3}$. Nous avons vérifié ce point par une expérience de transmission hyperfréquence classique (schéma p. 46) avec une longueur d'onde $\lambda = 0,95$ mm. Bien que les phénomènes de diffraction empêchent de chiffrer exactement la densité (cf § IV.4.1), on peut cependant l'estimer à 10^{15} e/cm^3, comme le montre l'observation de la "coupure" de cette onde par le plasma ensemencé à ce taux, et en accord avec les résultats de la Fig. 23.

Ensemencement par poudre. L'ensemencement par brouillard n'est pas utilisable avec un jet d'hélium. En effet, la température de l'arc étant plus élevée qu'avec l'argon, la vapeur d'eau at-

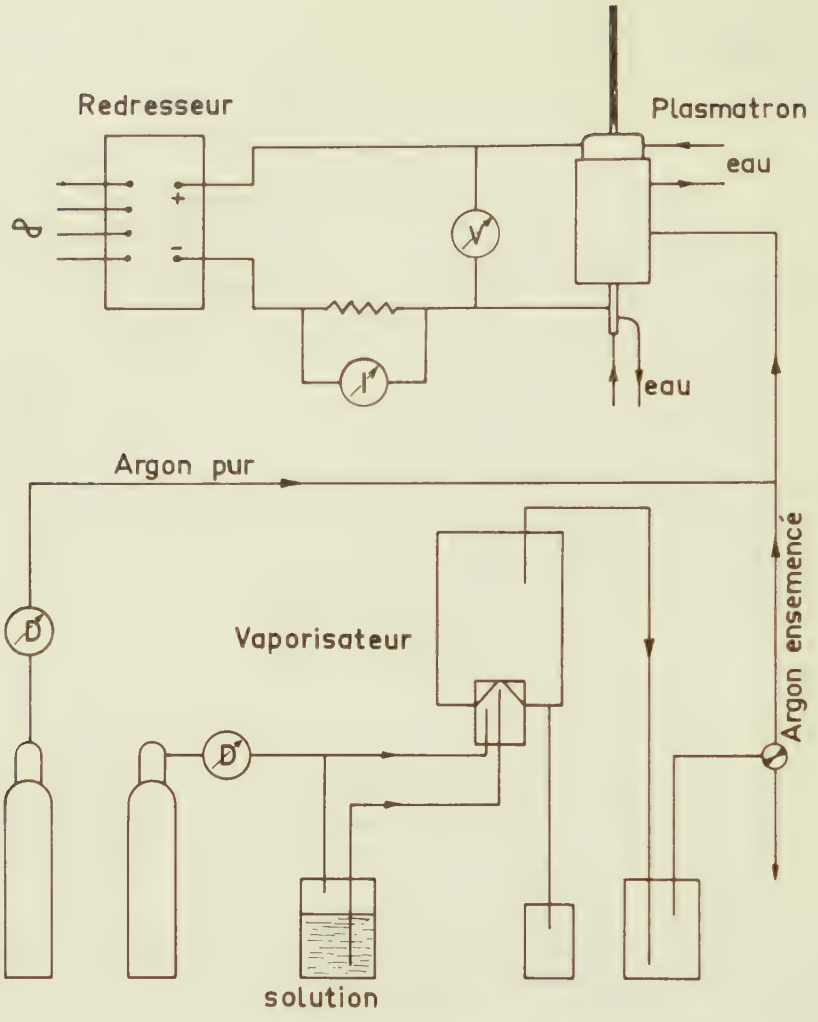
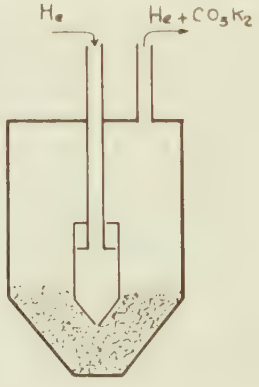


Figure 24 - Ensemencement du jet par brouillard.

taque les électrodes, et l'érosion de la tuyère provoque des instabilités dans le jet qui détruisent pratiquement le régime laminaire. Nous avons donc dû supprimer l'eau, en injectant dans l'hélium le sel de potassium sous forme de poudre, à l'aide du dispositif schématisé ci-contre [38]. Ce dispositif se compose d'un récipient cylindrique contenant la poudre, et d'un noyau plongeur, terminé par une buse qui affleure la surface de la poudre et par où arrive l'hélium. L'hélium qui traverse la buse à grande vitesse, souffle la poudre et emporte ainsi avec lui les particules les plus fines.



Le bon fonctionnement de ce système est conditionné par la granulométrie de la poudre. L'utilisation de sels de potassium pose donc un problème, car tous ces sels sont plus ou moins hygroscopiques, et les grains de poudre ont tendance à s'agglomérer. Nous avons obtenu cependant un fonctionnement satisfaisant et un jet stable avec du carbonate de potassium parfaitement séché et finalement broyé.

On étalonne ce mode d'ensemencement en filtrant l'hélium à la sortie, et en pesant la quantité de sel emportée par l'hélium pendant un laps de temps donné. Mais cet étalonnage est imprécis, car la quantité de sel à peser est très faible et dépend énormément de la qualité de la poudre. Quoi qu'il en soit, ce système donne des taux d'ensemencement comparables à ceux obtenus pour l'argon.

Un exemple des jets ensemencés par ces deux méthodes est donné Fig. 29 pour l'argon et Fig. 25 pour l'hélium.

3 - CARACTERISTIQUES DE LA COLONNE DE PLASMA.

3.1 - Diagnostics possibles de la densité et de la température.

Il serait naturellement souhaitable de pouvoir mesurer directement la densité électronique dans la partie du jet qui sert à l'expérience de diffraction. Les méthodes hyperfréquences classiques, qui le permettent en théorie, ne sont évidemment pas utilisables ici, puisque la colonne de plasma a été spécialement réalisée pour étudier les phénomènes de diffraction qui limitent ces méthodes (§ IV. 4. 1). On peut alors songer à utiliser l'interférométrie optique, mais comme la réfractivité des électrons est très faible par rapport à celle du gaz neutre (cf § 3. 3), il faut faire la mesure à deux longueurs d'onde différentes et pouvoir déceler la faible variation de phase dûe aux électrons. Par exemple l'application de la méthode d'ASHBY et JEPHCOTT [35] à notre cas nous conduirait à mesurer une variation de phase de $2\pi/1000$ pour $\lambda = 3.39\ \mu$ et pour une densité électronique de 3.10^{13} e/cm^3.

A défaut de mesure directe de la densité électronique, nous devons nous contenter de déterminer la température dans tout le jet et d'appliquer les lois de l'équilibre thermodynamique pour obtenir la densité electronique par les courbes de la Fig. 23. Ceci suppose d'ailleurs que le taux d'ensemencement au point où on mesure la température est bien celui qui est mesuré macroscopiquement par le rendement du système d'ensemencement.

Mis à part les méthodes utilisant des sondes électriques, et dont l'application au plasmatron est délicate, voire sujette à caution [37], les méthodes spectroscopiques paraissent tout indiquées. Elles se résument essentiellement à [39] :

- mesure de l'intensité absolue d'une raie atomique.
- mesure du rapport d'intensité de deux raies d'un même élément.
- variation relative de l'intensité d'une raie.

La luminosité du jet laminaire est extrêmement faible, et rendrait ces mesures délicates. Nous avons néanmoins pris quelques spectres du jet laminaire dans le cas de l'argon. Ils montrent le spectre de bandes de l'azote moléculaire, dont la présence est dûe à l'existence d'une couche limite d'air chaud qui entoure le plasma (cf § 3. 4). Superposées à ce spectre, on observe quelques raies de l'argon neutre, raies qui ont une forte probabilité d'être réabsorbées. En plus de ce grave inconvénient, ces méthodes conduisent à des dépouillements très longs, si on veut obtenir une exploration complète du jet.

C'est pourquoi nous avons préféré utiliser deux autres méthodes donnant le profil de température dans le jet : la première est basée sur les propriétés dynamiques de l'écoulement, l'autre mesure la réfractivité du gaz neutre par interférométrie optique.

3.2 - Mesures de pression dynamique.

Comme l'écoulement de plasma se fait à une certaine vitesse, la pression dynamique $\rho V^2/2$ n'est pas nulle dans le jet. CABANNES et al [40] ont ainsi déterminé la température d'un jet d'argon analogue au nôtre, en mesurant simultanément cette pression dynamique et la vitesse de l'écoulement.

La vitesse est assez simple à obtenir, en principe. En effet, par suite d'une modulation résiduelle du courant fourni par les cellules redresseuses, la lumière émise par le jet est aussi

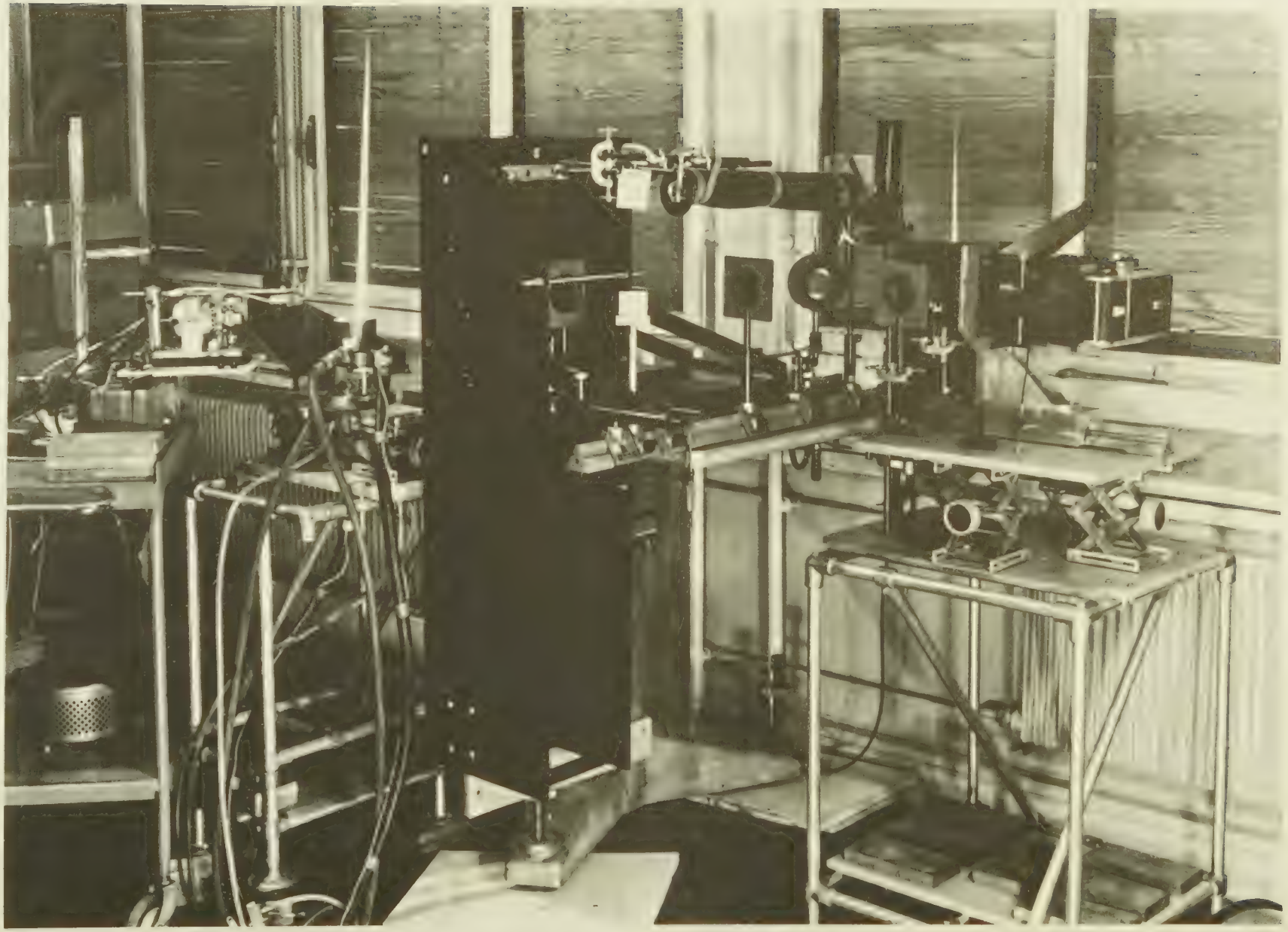


Figure 25 - Interféromètre de Michelson.

modulée, et la vitesse de propagation de cette modulation est égale à la vitesse du gaz. On mesure cette vitesse de propagation par le déphasage qui existe entre les signaux lumineux émis en deux points différents suivant l'axe du plasma. En fait, comme la modulation n'est pas sinusoïdale, le signal lumineux, recueilli par un photomultiplicateur, est envoyé sur un amplificateur sélectif, accordé sur la fréquence de mesure (un harmonique de la fréquence du réseau). La précision de la mesure de la vitesse augmente avec la fréquence observée. En regardant la modulation de la lumière à 900 Hz, nous avons ainsi obtenu, vers 15 cm au-dessus de l'anode, des vitesses de 80 à 100 m/s, pour un jet d'argon, un peu plus pour un jet d'hélium.

Pour mesurer la pression dynamique, nous avons utilisé un "capteur de pression" constitué de la façon suivante : la pression suivant l'axe du jet est prélevée au sein du jet par un tube coudé, en acier, d'un millimètre de diamètre extérieur. Ce tube débouche dans une chambre fermée par une membrane déformable, dont la face extérieure est à la pression atmosphérique. Sur les deux faces de la membrane sont collées 4 jauges de contrainte, montées en pont de Wheatstone (1). Le déséquilibre du pont, dû à la déformation de la membrane est ainsi proportionnel à la pression dynamique à mesurer. Pour éviter que cette sonde de pression ne soit détériorée par la température du jet, nous l'avons montée sur un système mécanique qui permet de balayer très rapidement le jet suivant un diamètre. Tout ce montage se trouve à gauche du jet de plasma sur la Fig. 25.

Une fois la pression dynamique connue, on remonte à la température du plasma par l'intermédiaire de la masse spécifique ρ en appliquant la loi des gaz parfaits. Les pressions dynamiques mesurées sont faibles : quelques centimètres d'eau à 15 cm de l'anode dans le cas de l'argon, inférieures au centimètre d'eau pour l'hélium, ce qui est la limite de sensibilité du capteur de pression. C'est pourquoi cette méthode n'a permis de mesurer la température suivant l'axe du plasma que dans le cas de l'argon (Fig. 27). Nos résultats sont en accord avec ceux de CABANNES et al [40], l'écart numérique provenant de caractéristiques de fonctionnement du plasmatron légèrement différentes.

3. 3 - Interférométrie optique.

La réfractivité d'un gaz est proportionnelle à sa masse spécifique ρ, donc d'après la loi des gaz parfaits, inversement proportionnelle à la température :

$$\frac{(\mu-1)_T}{(\mu-1)_{T_o}} = \frac{T_o}{T}$$

où μ est l'indice de réfraction et $(\mu-1)_T$ la réfractivité du gaz à la température T.

Dans les conditions de fonctionnement du plasmatron, et aux longueurs d'onde optiques, la réfractivité des électrons :

$$(\mu-1)_e \simeq - 2\pi e^2 N/m\omega^2 = - \omega_p^2/2\omega^2$$

est tout à fait négligeable dans le jet laminaire, par rapport à la réfractivité du gaz neutre. Par exemple, pour $\lambda = 0,6\ \mu$, $T = 5000°K$, et une densité électronique $N = 10^{14}\ e/cm^3$,

$$(\mu-1)_e = 1,61 \times 10^{-8} \qquad \text{et} \qquad (\mu-1) = 1,71.10^{-5} \quad \text{pour l'argon neutre.}$$

Nous pouvons donc négliger complètement l'effet des électrons, comme celui des ions d'ailleurs. La différence d'indice entre le jet laminaire et l'air environnant se traduit, pour un rayon lumineux qui traverse le plasma, par une variation de chemin optique, mesurable par interférométrie optique.

L'interféromètre que nous avons construit dans ce but est un interféromètre de Michelson [15]. Nous avons préféré ce type d'interféromètre à celui de Mach-Zehnder, car il est plus simple à mettre au point et plus facile à régler. Sa construction et sa mise au point sont décrites par ailleurs [41]. Disons simplement que cet interféromètre (Fig. 25) utilise comme source une lampe à vapeur de mercure Haute Pression, dont on sélectionne la raie $\lambda = 5460$ Å par un filtre interférentiel placé à la sortie de l'interféromètre. On obtient ainsi un excellent contraste, et on élimine la lumière parasite du jet de plasma. Le diamètre utile du faisceau est de 30 mm. La lumière qui sort de l'interféromètre est reprise par un système optique et envoyée dans une caméra, pour

---

(1) La membrane m'a été obligeamment prêtée par M. LOPEZ de l'O. N. E. R. A.

photographier les franges. Le grandissement de l'ensemble est 2. Nous avons utilisé cet interféromètre de deux façons :

• interférométrie en "teinte plate". Dans ce cas, l'image de l'un des miroirs à travers la lame séparatrice est strictement confondue avec l'autre miroir, et en l'absence du plasma, le faisceau qui sort de l'interféromètre a une intensité uniforme. Si on met le plasma dans un des bras de l'interféromètre, on observe des franges dont la direction est perpendiculaire au gradient d'indice de réfraction, donc de température dans le jet. Nous avons ainsi exploré le jet laminaire (Fig. 26) : on constate que le jet est parfaitement cylindrique dès que l'on se trouve à plus de 8 cm de l'anode. Cette photographie, obtenue en déplaçant le plasmatron par rapport au faisceau lumineux, montre également l'excellente stabilité du jet (l'exploration du jet dure 40 min. environ). On observe d'autre part que le système de franges est 2 à 3 fois plus large que le jet lui-même, dont la taille est donnée en gros par sa luminosité. Il y a donc une couche limite d'air chaud, immobile, qui fait la transition entre le plasma et l'air ambiant.

• interférométrie en coin d'air. (Fig. 28). On dérègle maintenant légèrement l'un des miroirs pour faire apparaître un système de franges parallèles entre elles et perpendiculaires à l'axe du jet en l'absence de plasma. Le jet de plasma déplace ce système de franges et le nombre de franges que l'on compte entre un point de l'interférogramme et un point non perturbé, mais situé à la même côte, est égale à l'intégrale de la variation de chemin optique suivant une corde du plasma.

Pour repasser de l'interférogramme à la variation de chemin optique suivant un diamètre du plasma, il faut faire l'inversion d'une intégrale d'Abel, ce que nous avons réalisé à l'aide d'une machine analogique [42].

Il reste maintenant à remonter au profil de température. Ceci nécessite une connaissance précise de la limite de séparation entre le plasma et la couche limite d'air chaud. Pour ce faire, nous avons utilisé plusieurs méthodes pour mesurer le diamètre du jet :

- photographie du jet.
- largeur du signal donné par la sonde de pression (pour l'argon).
- position pour laquelle un obstacle enfoncé dans la couche limite commence à perturber le jet.

Bien que ces méthodes donnent des indications concordantes, la température n'est pas obtenue avec une grande précision, car la réfractivité du gaz, qui décroît quand la température augmente, est obtenue par différence, et devient très faible vers 5000°K. Dans le cas d'un jet d'hélium, nous avons supposé que la température était uniforme dans le jet, et donnée par celle de la couche limite. C'est ce qui nous a permis de tracer les Figs. 27 et 28.

Remarquons que la température n'a pas besoin d'être connue avec une grande précision : il suffit de vérifier que, dans la zone qui sert à l'expérience de diffraction, nous sommes bien dans le domaine où la densité électronique du jet ensemencé ne dépend pas de la température (Fig. 23).

Ces expériences permettent donc de conclure que le jet laminaire est bien cylindrique dans la région étudiée, autour de 15 cm au-dessus de l'anode. De plus, l'interférogramme étant le même pour un jet ensemencé que pour un jet de gaz pur, l'ensemencement n'altère pas le jet laminaire. Enfin, nous pourrons assimiler le profil de densité dans le plasma à un profil rectangulaire.

L'inconvénient de ce type de plasma est que, par suite de son fonctionnement à la pression atmosphérique, les fréquences de collisions électron-neutres sont assez élevées. En effet, ces fréquences sont égales à [12] :

$$\nu = N_o \sigma \bar{W}$$

où N_o est la densité de particules neutres, soit ici $1,64.10^{18}$ at/cm^3 pour 4500°K.

σ est la section efficace de collisions égale à 10^{-15} cm^2 pour l'argon et 5.10^{-16} cm^2 pour l'hélium.

$\bar{W}$ est la vitesse thermique des électrons.

Ceci donne les fréquences de collisions électron-neutres :

$\nu_{e-M} = 7,5.10^{10}$ col/s (Argon) $\nu/\omega = 0,08$

$\nu_{e-M} = 3,8.10$ col/s (Hélium) $\nu/\omega = 0,05$

} pour une onde $\lambda = 2$ mm

Pour une densité électronique de 10^{14} e/cm^3, les fréquences de collisions électron-ions sont 10 fois plus faibles environ.

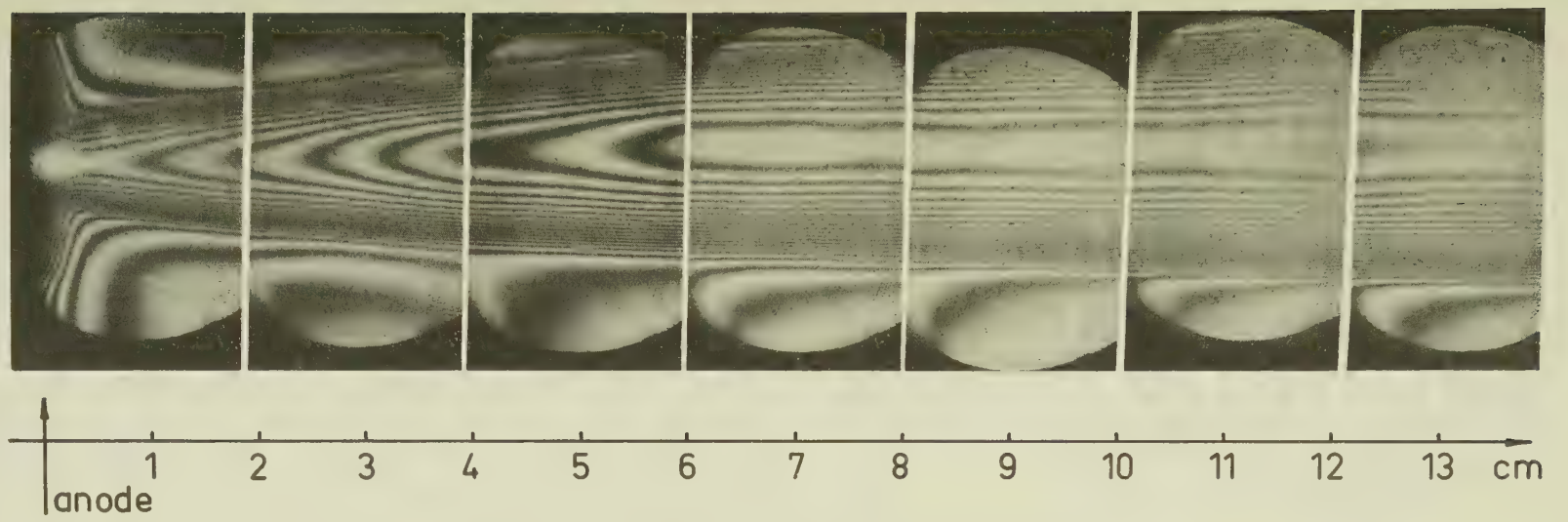


Figure 26 - Interférométrie du jet d'hélium (teinte plate).

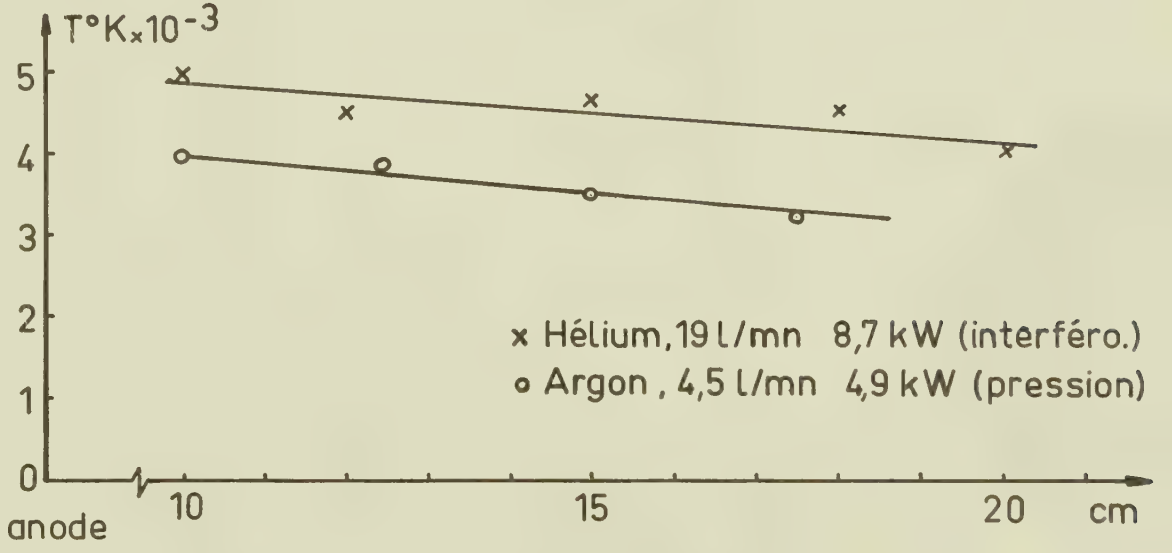
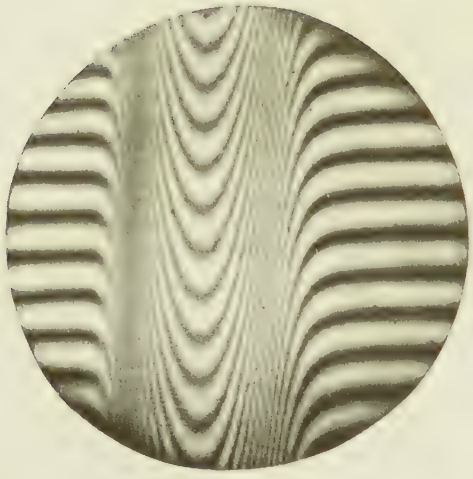
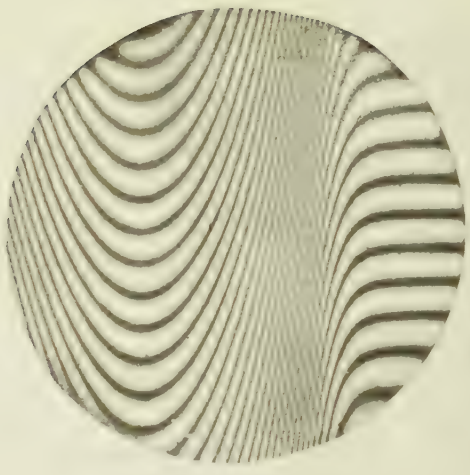


Figure 27 - Température axiale du jet.



1/ Argon : 4,5 L/mn ; 4 kW; visée à 10 cm de l'anode.



2/ Hélium : 19 L/mn ; 8,7 kW; visée à 16 cm de l'anode.

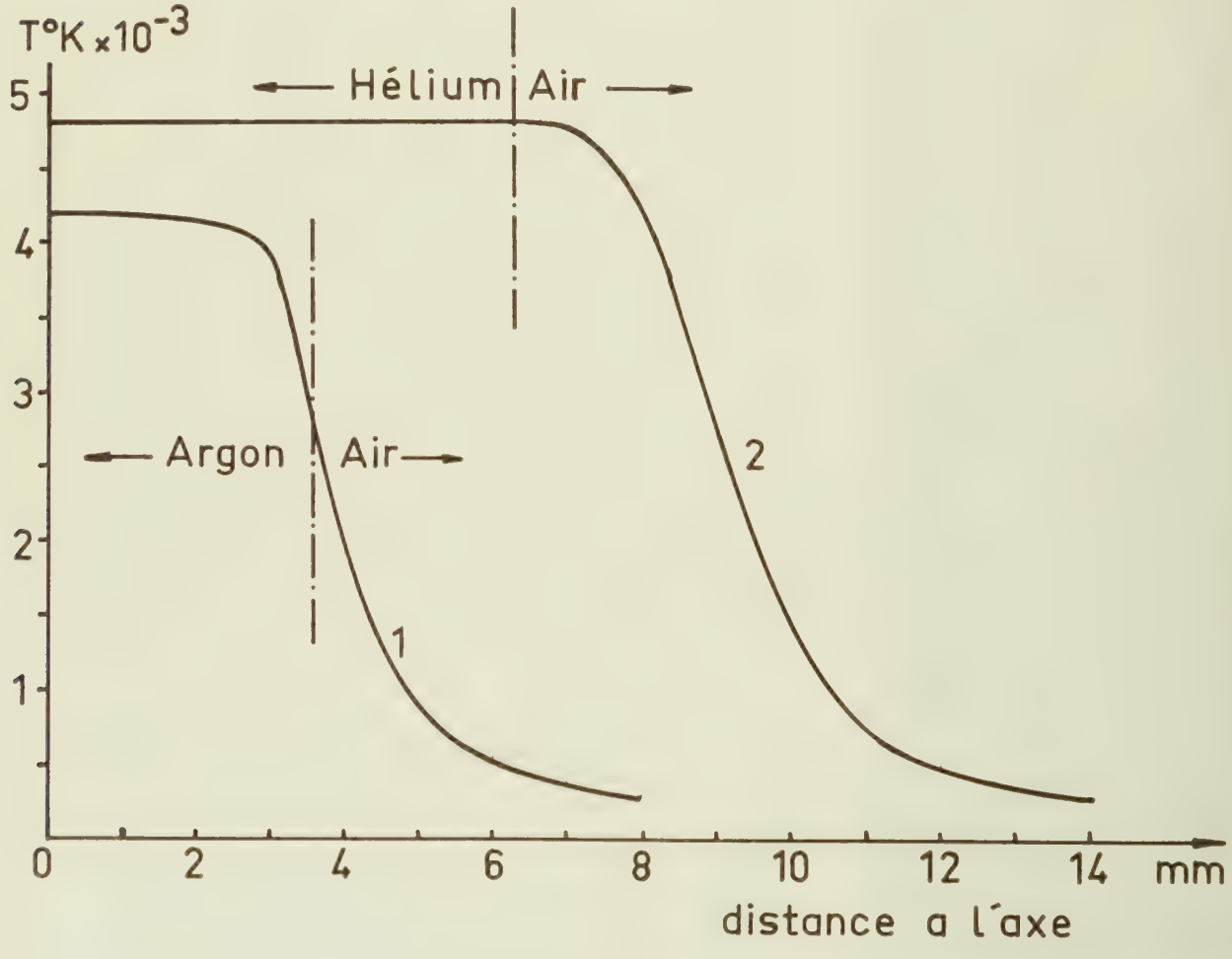


Figure 28 - Profil de température du jet.

CHAPITRE VII

MESURES DE DIFFRACTION SUR LE PLASMA

La colonne de plasma, que nous avons obtenue, va nous servir maintenant à tracer des diagrammes de diffraction pour un plasma réel, et ceci pour différentes longueurs d'onde et différentes structures de champ incident. Nous retrouverons ainsi quelques-uns des résultats théoriques de la 1ère Partie. Puis avec ce plasma, nous expérimenterons la nouvelle méthode de diagnostic basée sur la diffraction : nous en vérifierons les possibilités et préciserons ses limites.

1 - DIAGRAMMES DE DIFFRACTION.

Dans ces expériences, basées sur le relevé de la puissance diffusée en fonction de l'angle de diffraction, le plasmatron est monté sur le plateau diviseur de fraiseuse, et le récepteur tourne autour de lui, comme dans le cas de la diffraction par un cylindre métallique ou diélectrique (§V. 2). La distance du récepteur au plasma est déterminée par la longueur d'onde et la structure du champ utilisées.

La position du plasmatron peut être ajustée, en cours d'expérience, dans un plan perpendiculaire à l'axe optique, ce qui permet de placer la colonne de plasma exactement dans le plan de symétrie (plan défini par l'axe optique et l'axe de rotation), comme de choisir la partie de la colonne qui sera éclairée par le champ incident. Une vue générale du montage est donnée Fig. 29 (l'antenne émettrice sur cette figure est décrite au § 1. 2).

Pour relever plus commodément et plus rapidement le diagramme de diffraction, nous l'avons fait apparaître directement sur l'écran d'un oscilloscope, dont les plaques de déviation horizontale sont attaquées par une tension, proportionnelle à l'angle de diffusion, et fournie par un potentiomètre monté sur l'axe du plateau diviseur. Le relevé d'un diagramme complet nécessite environ 20 secondes.

1. 1 - Diffraction d'une onde plane.

Le champ incident utilisé ici est celui qui a été étudié au § V. 1 : le plasma est éclairé par un faisceau de rayons parallèles et sa distance à la lentille émettrice est la même que celle que nous avions choisie pour des cylindres diélectriques ou métalliques. Nous relevons le diagramme de diffraction par le plasma, comme au § V. 2. 1. La Fig. 30 donne deux exemples des diagrammes obtenus :

- pour $\lambda = 8,9$ mm, avec un jet d'argon ensemencé, de diamètre 8 mm et de densité électronique $N \simeq 6.10^{13}$ e/cm^3, donc supérieure à la densité critique $1,5.10^{13}$ e/cm^3.
- pour $\lambda = 2,2$ mm, avec un jet d'hélium ensemencé, de diamètre 10 mm, mais dont la densité $N \simeq 2.10^{13}$ e/cm^3 est inférieure à la densité critique 2.10^{14} e/cm^3.

Ces mesures sont assez délicates, surtout dans le cas de l'hélium, car pour ce gaz, l'ensemencement n'est pas parfaitement régulier, à cause de la taille irrégulière des grains de poudre qui sont injectés dans le plasmatron.

Malgré toutes les précautions prises, il subsiste pour $\lambda = 8,9$ mm quelques réflexions parasites sur les obstacles environnants : ce sont elles qui sont responsables des oscillations de faible amplitude qui apparaissent pour des angles de diffraction supérieurs à 30°. Etant donnée leur amplitude, nous pouvons admettre que leur valeur moyenne donne cependant la puissance diffusée par le plasma.

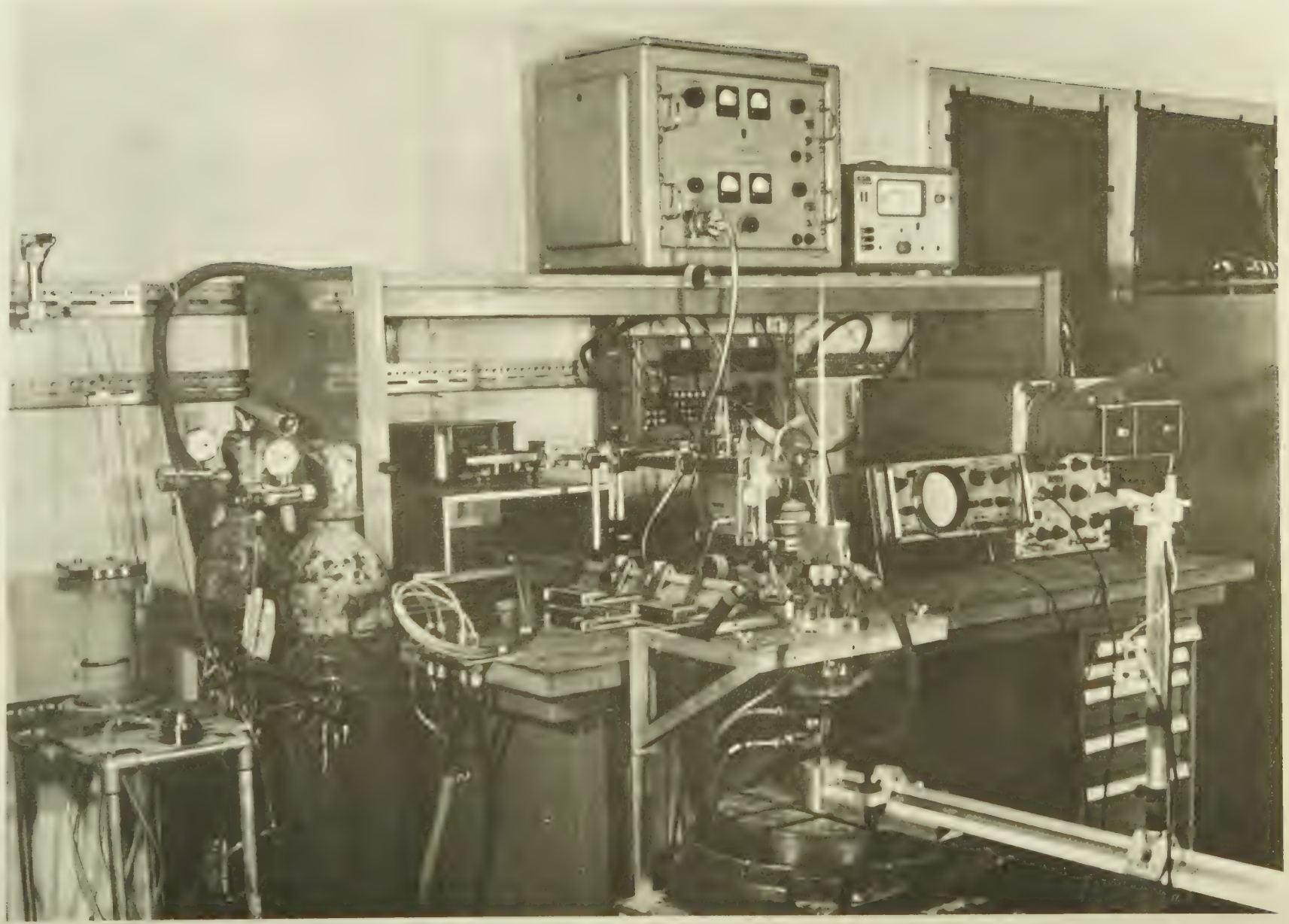


Figure 29 - Vue générale d'une expérience de diffraction.

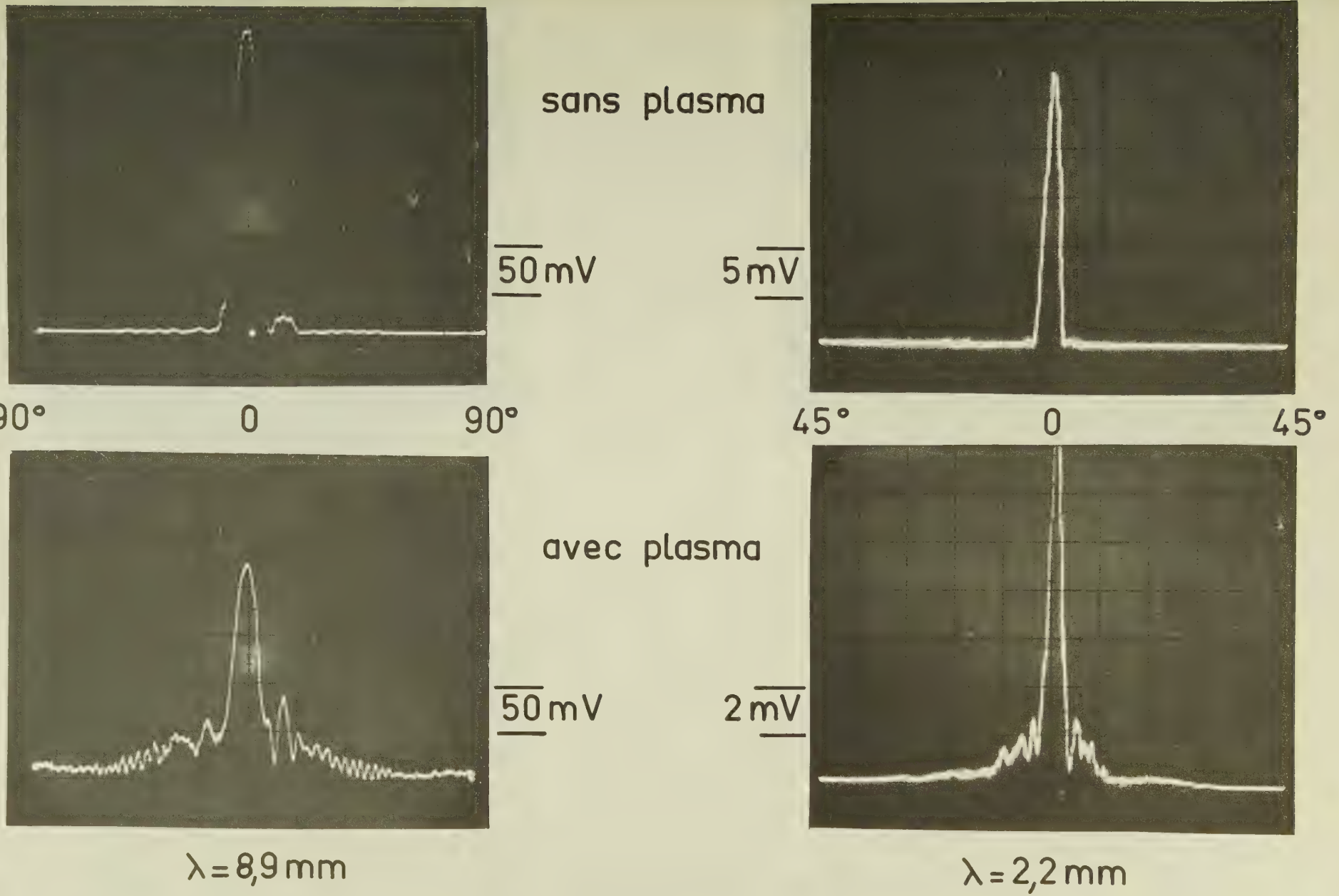


Figure 30 - Diffraction par une onde plane.

Enfin, les diagrammes de diffraction ne sont pas parfaitement symétriques. Ceci est dû à ce que, par suite de l'usure de la tuyère du plasmatron, le jet est très légèrement incliné par rapport à l'axe de rotation. Pour $\lambda = 8,9$ mm, il y a en plus une dissymétrie dans le système hyperfréquence, qui est responsable du lobe secondaire dans le diagramme de rayonnement du champ incident en l'absence de plasma (visible sur la Fig. 30) et qui provient probablement d'un guide d'onde légèrement faussé.

Quoi qu'il en soit, l'interposition de la colonne de plasma dans le champ incident permet de constater :

- Un abaissement du niveau du lobe central, en accord avec les mesures d'extinction (cf § V. 3. 3. et § 2 ci-dessous).

- L'apparition de lobes secondaires sur une largeur d'autant plus grande que le rapport $N(0)/N_c$ est élevé.

- Par contre, il n'y a pas de puissance diffusée à 90°, à cause des fréquences de collisions trop élevées (cf § IV. 2. 4 et Fig. 6).

- Remarquons enfin que les deux diagrammes de diffraction sont tout à fait similaires, bien qu'ils soient obtenus pour des rapports $N(0)/N_c$ très différents : le diamètre de la colonne est trop petit pour que le passage de la densité par la densité critique apparaisse comme une discontinuité.

Malheureusement, l'ensemencement du plasma n'est pas assez stable pour que nous puissions retrouver par ces diagrammes l'amplitude de diffusion par rayonnement en dehors du champ incident comme au § V. 2. 1.

1. 2 - Diffraction d'une onde cylindrique.

Pour observer des phénomènes de diffraction plus importants, il faut que le plasma intercepte une plus grande partie du champ incident que dans le cas d'un faisceau de rayons parallèles. (Il faut alors utiliser le modèle de l'onde cylindrique du § III. 2. pour interpréter les mesures). C'est pourquoi nous avons réalisé l'antenne émettrice de la Fig. 29, dont le principe est basé sur la propagation des ondes millimétriques dans un guide surdimensionné [43]. Cette antenne est constituée par l'embouchure d'un guide de la bande X dans lequel se propage une onde millimétrique suivant le mode TE_{10}, mais avec son vecteur électrique parallèle au grand côté du guide. Mettant à profit les propriétés des guides surdimensionnés, nous avons excité cette antenne simultanément sur les deux longueurs d'onde 2,2 et 4,2 mm, par l'intermédiaire d'un coupleur en guide surdimensionné, qui assure le couplage de l'antenne aux deux oscillateurs. Nous avons vérifié que les deux récepteurs, qui sont différents, sont totalement découplés.

La Fig. 31 montre les résultats obtenus avec le jet d'argon ensemencé, mais avec une densité supérieure à la densité critique pour les deux longueurs d'onde. On constate que les phénomènes de diffraction sont très importants : la largeur de l'antenne étant pratiquement égale au diamètre de la colonne, toute l'énergie électromagnétique incidente interagit avec le plasma. Par contre, on n'observe pas non plus ici d'énergie diffusée à 90°.

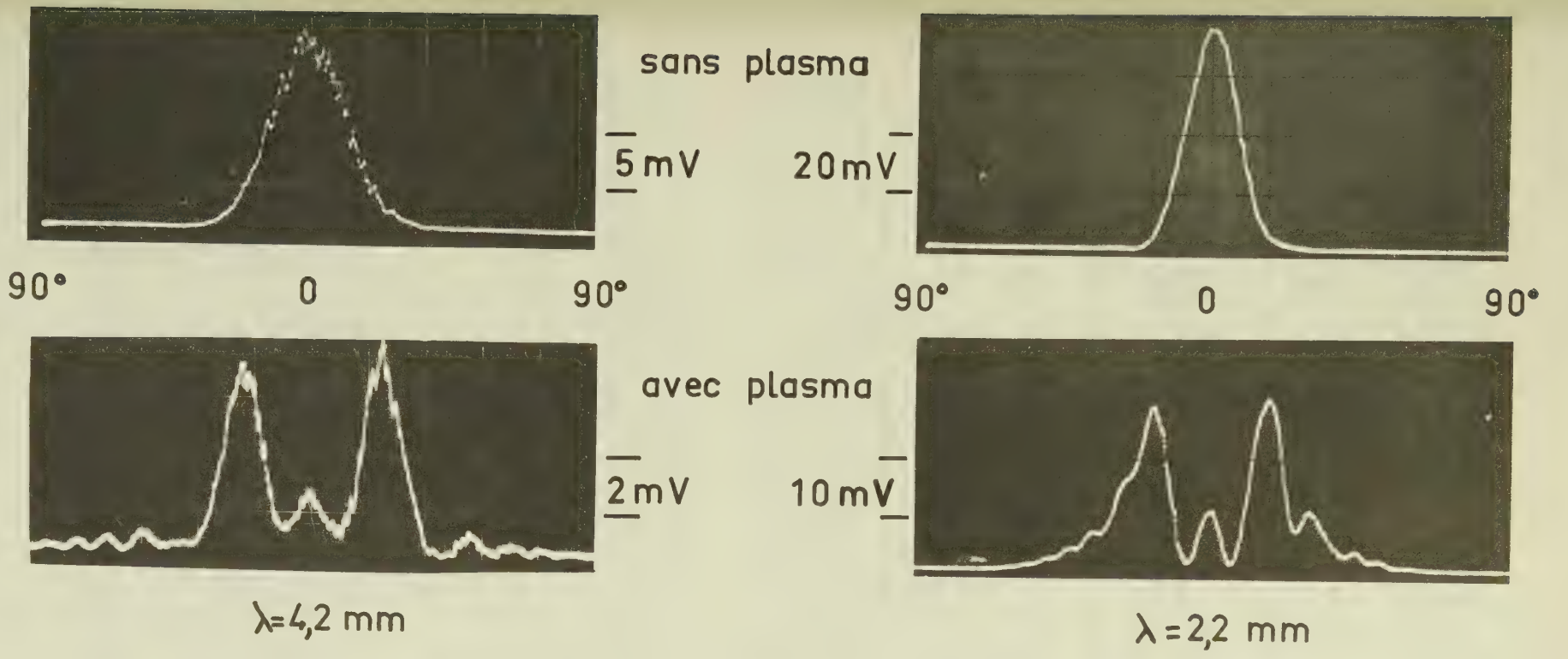
Bien que $N(0)/N_c$ soit supérieur à 1, on reçoit, pour les deux longueurs d'onde, de l'énergie dans la direction du champ incident $\theta = 0$. Ceci est la preuve de l'existence d'ondes évanescentes qui ressortent sans être complètement atténuées, car le diamètre du cylindre n'est pas très grand par rapport à la longueur d'onde (cf § II. 2. 5).

Nous avons retrouvé théoriquement ces diagrammes de diffraction en utilisant le calcul numérique du champ total pour une onde incidente cylindrique (§ IV. 1. 2). Le calcul a été fait pour la distribution de champ incident

$$A(k_o y) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sin(\pi\, y/Y)}{y/Y}$$

qui se rapproche le plus de la distribution relevée expérimentalement.

L'accord entre le relevé expérimental et le calcul est satisfaisant dans la région centrale du diagramme. Aux grands angles de diffraction, l'écart entre les deux courbes tient à la différence entre la distribution de champ choisie pour le calcul et la distribution réelle, mais aussi à l'incertitude sur les valeurs des paramètres de la colonne (diamètre et fréquences de collisions en particulier).



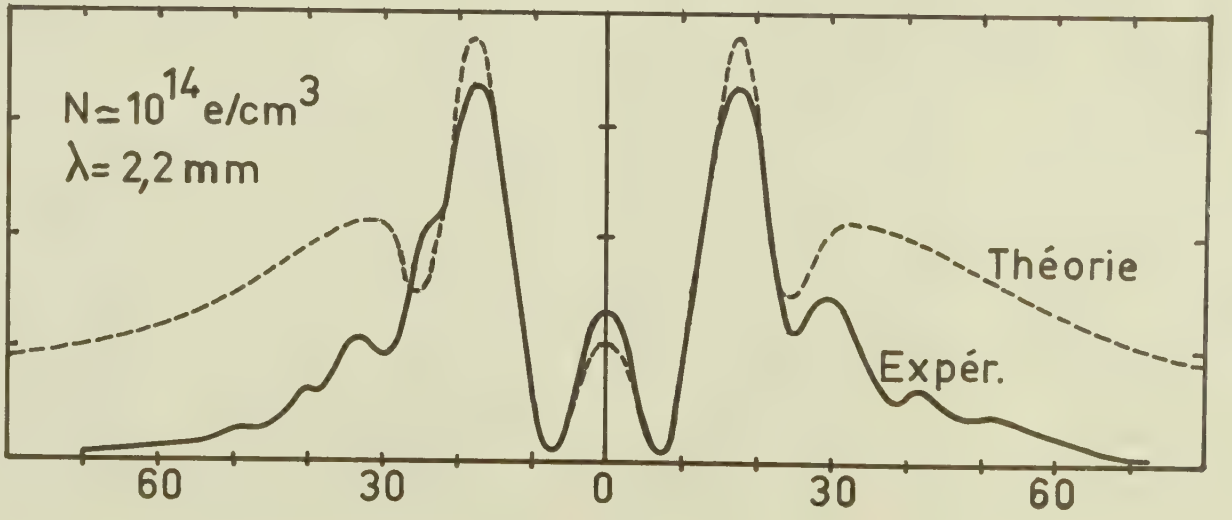


Figure 31 - Diffraction par une onde cylindrique.

2 - MESURES D'EXTINCTION : DIAGNOSTIC PAR DIFFRACTION.

Ce paragraphe est l'application directe des § V. 3. 3. et V. 4.

2. 1 - Méthode et dispositif expérimental.

Pour expérimenter la méthode de diagnostic basée sur la diffraction, nous avons construit exactement l'interféromètre de la Fig. 21, mais en guides surdimensionnés, et pour une longueur d'onde $\lambda = 1,95$ mm. La source primaire qui éclaire la lentille émettrice est un cornet standard 2 mm, relié au reste de l'interféromètre par une transition qui permet de passer du guide surdimensionné au guide standard 2 mm.

Cette source primaire et la lentille émettrice ont été choisies de façon que le champ incident soit uniforme sur une largeur à peine supérieure au diamètre maximum de la colonne : on améliore ainsi la sensibilité (cf § V. 4. 2). Mais comme maintenant l'amplitude de diffusion avant g(0) peut ne plus être négligeable devant P(0), le signal délivré par le détecteur D_1 est :

$$D_1 = |P(0) - g(0)|^2 \qquad \text{au lieu de} \qquad [P(0)]^2 - 2\,P(0)\mathcal{R}_e[g(0)]$$

(cf § V. 3. 3). Par contre le signal D_2 est toujours proportionnel à $|g(0)|^2$. Nous avons vérifié ces deux points avec des cylindres métalliques : au lieu d'être linéaire, la variation du signal D_1, en fonction du diamètre du cylindre est bien parabolique.

Le plasma se trouve à 11 cm de la lentille émettrice et à 110 cm de la lentille réceptrice. Cette dernière distance pourrait ne pas être aussi grande, vu la taille du plasma (cf § V. 4. 1). Elle est sensiblement égale à la distance de Rayleigh pour la lentille émettrice.

Les expériences ont été faites avec le jet d'hélium, à cause de son diamètre un peu plus élevé que celui du jet d'argon. Pour éliminer en partie le bruit dû aux irrégularités de fonctionnement du système d'ensemencement, nous avons enregistré les signaux D_1 et D_2 par un enregistreur XY. D'autre part, comme l'étalonnage du système d'ensemencement est assez imprécis, nous avons préféré, à une mesure point par point, partir de la densité maximum que l'on puisse obtenir dans le jet, puis stopper l'ensemencement et observer sur l'enregistreur XY la décroissance de la densité.

2. 2 - Résultats et discussion.

Pour remonter des courbes obtenues à l'amplitude de diffusion avant dans le plan complexe, nous avons commencé par étalonner l'ensemble de l'interféromètre, des cristaux détecteurs et de l'enregistreur XY avec des cylindres métalliques. Puis, pour chaque point de la courbe expérimentale, nous avons fait la construction du triangle de la Fig. 21, ce qui nous a permis de tracer l'évolution de g(0) pendant la décroissance de l'ensemencement (Fig. 32). Nous avons comparé ces résultats à la variation théorique de g(0) en fonction de α, et à diamètre constant en prenant pour valeurs des paramètres du calcul, celles déduites des mesures du paragraphe VI. 3, à savoir :

profil rectangulaire

$X = 15$; $\beta = \nu_{e\text{-}i}/\omega = 0,004$; $\gamma = \nu_{e\text{-}M}/\omega = 0,04$

α variable

En fait, la valeur $X = 15$ est plus faible que celle déduite du § VI. 3. Ceci tient à ce qu'entre les mesures du § VI. 3 et l'expérience actuelle, faite postérieurement, le diamètre du jet a diminué de 12 à 10 mm environ, par suite de conditions de fonctionnement du plasmatron légèrement différentes, ce qui nous a obligé à mesurer de nouveau le diamètre (mesure faite ici par enfoncement d'un obstacle, cf § VI. 3. 3).). On peut raisonnablement admettre cependant que les autres paramètres, profil de densité et fréquences de collisions, n'ont pas changé d'une expérience à l'autre.

Qualitativement, l'accord entre le relevé expérimental et les valeurs calculées est satisfaisant: on observe une spirale, pour l'évolution de g(0), conformément au modèle théorique. Quantitativement, l'écart s'explique par l'incertitude sur la valeur du diamètre de la colonne. En effet, la courbe expérimentale est en très bon accord pour $\alpha < 0,5$ avec l'évolution théorique de g(0), mais calculée pour $X = 14$, c'est-à-dire pour un diamètre inférieur de 0,8 mm au diamètre mesuré, ce qui correspond sensiblement à la marge d'erreur sur la mesure de diamètre.

Aux densités élevées les points relevés sur la courbe expérimentale sont sujets à caution, d'une part par suite du bruit provoqué par le système d'ensemencement à ces régimes de densité, d'autre part, parce que la construction du triangle de la Fig. 21 étant assez imprécise pour ces points, la phase de g(0) est très mal connue. Ceci explique l'écart observé pour $\alpha = N(0)/N_c > 0,5$. Signalons enfin que l'imperfection de la structure du champ incident peut également être une source d'erreur.

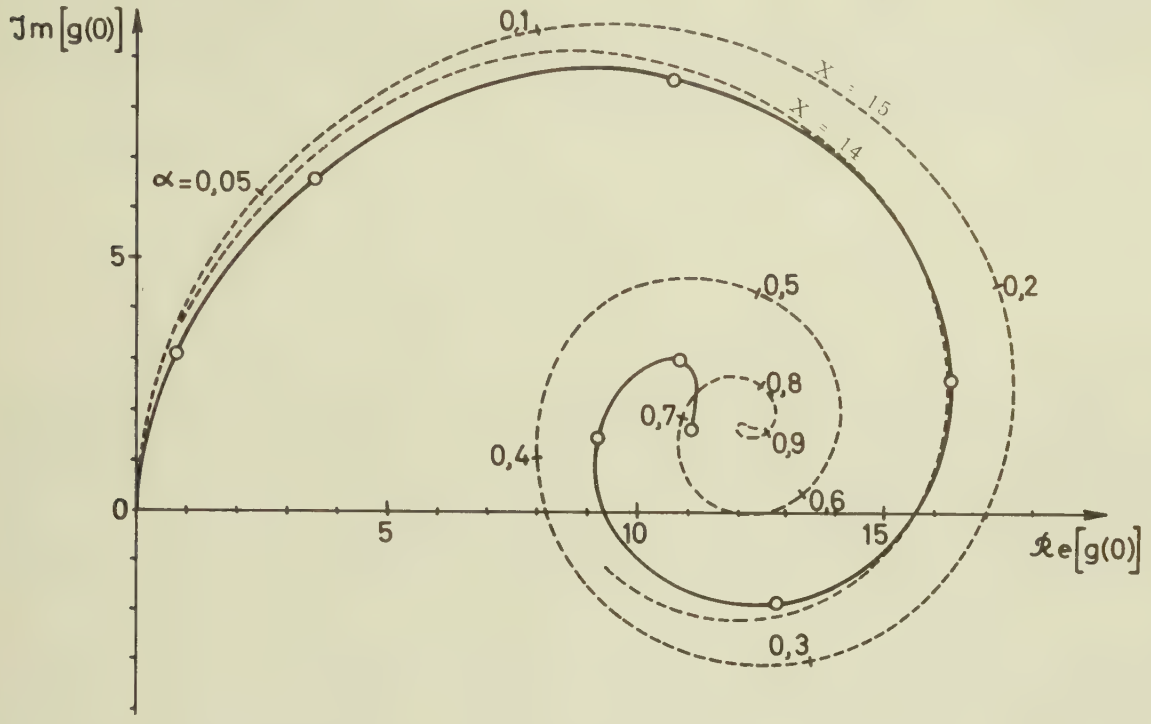


Figure 32 - Diagnostic par diffraction. Evolution de g(0) pendant la décroissance de l'ensemencement. —— Expérience. ---- Théorie (profil rectangulaire – $\beta = 0,004$ – $\gamma = 0,04$).

Nous avons vérifié par ailleurs que la courbe expérimentale de la Fig. 32 ne pouvait être retrouvée par la variation théorique de g(0), calculée pour un autre profil de densité que le profil rectangulaire. Ceci montre indirectement que le profil de densité dans la colonne de plasma est bien rectangulaire conformément au § VI. 3. 3.

Au total, on peut conclure que la méthode de diffraction nous a permis de tracer expérimentalement l'évolution de l'amplitude de diffusion avant dans le plan complexe pour un plasma réel. La Fig. 32 montre ainsi la possibilité de mesurer les caractéristiques d'une colonne de plasma pour des diamètres et des densités faibles : le premier point expérimental correspond à un rapport $\alpha = N(0)/N_c = 0,02$ soit ici à $N(0) = 4.10^{12}$ e/cm^3. Il n'aurait pas été possible de mesurer cette densité par interférométrie hyperfréquence classique, à cause du faible diamètre de la colonne qui est du même ordre de grandeur, pour ces longueurs d'onde, que les dimensions de la tache focale d'une onde millimétrique focalisée sur l'axe de la colonne.

Bien que le circuit hyperfréquence soit le même que dans la méthode interférométrique classique, l'interprétation des mesures est radicalement différente, mais plus compliquée dans notre cas que dans celui de la méthode classique : tous les paramètres du plasma, profil, densité, diamètre, fréquences de collisions, font sentir leur influence. C'est pourquoi, pour étudier l'évolution d'un plasma sur lequel on ne possède aucun renseignement, on a intérêt à faire une mesure d'extinction à une fréquence très inférieure à la fréquence plasma, pour mesurer uniquement le diamètre, en même temps que la mesure complète de l'amplitude de diffusion, comme nous l'avons utilisée ici, et qui permet de déduire alors le profil de densité et la densité sur l'axe (cf § IV. 3. 3 et V. 3. 3).

Une autre différence entre le diagnostic par diffraction et les méthodes habituelles est la dissymétrie du système optique : la lentille réceptrice doit être assez éloignée du plasma pour que

l'on puisse considérer qu'elle se trouve à l'infini pour le plasma. Sans qu'elle ait besoin d'être aussi élevée que celle que nous avons utilisée (110 cm), sa distance au plasma doit être supérieure à la distance de Rayleigh pour le plasma, ce qui peut poser quelques problèmes dans le cas du diagnostic de plasmas "thermonucléaires", qui sont produits dans des enceintes sous vide. L'application de notre méthode à ces plasmas nécessiterait donc l'étude de l'effet des parois, étude que l'on peut entreprendre avec le jet laminaire : pour autant que les techniques hyperfréquences ne changent pas d'une longueur d'onde à l'autre, les lois de similitude qui régissent ce problème de diffraction permettent de réaliser un modèle du plasma à étudier, en entourant le plasmatron par des enceintes homothétiques des enceintes réelles. Enfin, le domaine d'utilisation de cette méthode serait élargi si on pouvait réaliser des ondes incidentes uniformes sur une largeur plus grande que celles que nous avons obtenues au § V. 1.

CONCLUSION

L'étude de la diffraction d'une onde électromagnétique par une colonne de plasma nous a permis de caractériser l'effet du plasma sur l'onde par une amplitude de diffusion, que l'on sait calculer à partir des caractéristiques de la colonne de plasma et que l'on peut mesurer facilement comme l'ont montré des expériences faites tant avec des cylindres diélectriques ou métalliques qu'avec un cylindre de plasma réel. En perfectionnant le modèle théorique simple de l'onde incidente plane, pour nous rapprocher de la structure réelle des ondes en espace libre utilisées expérimentalement, nous avons pu reconstituer une expérience d'interférométrie hyperfréquences classique. Ceci nous a permis d'expliquer les phénomènes de diffraction qui limitent ce genre de méthode et d'interpréter les interférogrammes auxquels elles conduisent.

La synthèse des résultats obtenus sur l'amplitude de diffusion nous a conduit à une nouvelle méthode de mesure des caractéristiques d'une colonne de plasma, basée sur la diffraction, et dont nous avons exploré les possibilités. Cette nouvelle méthode s'affranchit des limitations des méthodes hyperfréquences habituelles. Elle leur est complémentaire : ayant la même sensibilité qu'elles, elle est particulièrement adaptée aux colonnes de plasma de diamètre relativement petit et de densité moyenne, là où les techniques classiques sont inutilisables. Mais cette méthode ne représente pas la seule possibilité d'exploitation des résultats numériques pour l'amplitude de diffusion : elle ne fait appel qu'à l'onde diffusée dans la direction de l'onde incidente. La connaissance complète de l'amplitude de diffusion permet aussi, dans une certaine mesure, de remonter aux paramètres de la colonne.

Pour faire nos expériences de diffraction, nous avons mis au point un plasma cylindrique, fonctionnant à la pression atmosphérique. Son principe repose sur l'utilisation du jet laminaire fourni par un chalumeau à plasma ; la densité électronique peut être ajustée, dans la partie intéressante du jet, par ensemencement du gaz, qui alimente le chalumeau, par du potassium. Stable et souple d'emploi, ce plasma peut servir également à expérimenter d'autres méthodes de diagnostic (par exemple, méthodes utilisant des lasers dans l'infra-rouge lointain). Son champ d'applications est élargi, grâce aux lois de similitude qui gouvernent ce problème de diffraction.

Bien que nous nous soyons essentiellement attachés à appliquer cette étude au diagnostic des plasmas, son intérêt n'est pas limité uniquement à ce domaine. Sans parler du cas de l'ionosphère ou des recherches spatiales, rappelons seulement que l'interprétation du rayonnement hyperfréquences des plasmas est faite habituellement en utilisant l'approximation de l'optique géométrique, qui n'est pas toujours valable, notamment au voisinage de la fréquence plasma : les résultats obtenus ici doivent permettre de pallier cette difficulté.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Lord RAYLEIGH - Phil. Mag., *12*, 81, (1881).

[2] von IGNATOWSKI - Ann. der Phys., *18*, 495, (1905).

[3] PLATZMAN P. M. et OZAKI H. T. - J. Appl. Phys., *31*, 9, 1597, (1960).

[4] WILHELMSSON K. H. B. - J. Res. NBS, *66D*, 4, 439, (1962).

[5] SAMADDAR S. N. - Appl. Sci. Res., Sect B, *10*, 385, (1963).

[6] KERKER M. et MATIJEVIC E. - J. Opt. Soc. Am., *51*, 5, 506, (1961).

[7] MIDZUNO Y. - J. Phys. Soc. Japan, *16*, 5, 971, (1961), *16*, 7, 1403 (1961), *17*, 8, 1299, (1962).

[8] ALBINI F. A. et NAGELBERG E. R. - J. Appl. Phys., *33*, 5, 1706, (1962).

[9] SHMOYS J. - J. Appl. Phys., *32*, 4, 689, (1961).

[10] WORT D. J. H. - Rapport CLM-R27, Culham Laboratories, Abingdon, Berkshire, Grande Bretagne, (1963).

[11] HEALD M. A. - Rapport CLM-R34, Culham Laboratories, Abingdon, Berkshire, Grande Bretagne, (1964).

[12] DELCROIX J. L. - Physique des Plasmas, Monographie Dunod, Paris, (1963).

[13] DENISSE J. F. et DELCROIX J. L. - Théorie des ondes dans les plasmas, Monographie Dunod, Paris, (1961).

[14] PAPOULAR R. et BALAZARD J. - Applications des ondes hyperfréquences et infrarouges à l'étude des plasmas, Monographie Dunod, Paris, (1965).

[15] BORN M. et WOLF E. - Principles of Optics, Pergamon Press, New York, (1959).

[16] RATCLIFFE J. A. - The magneto-ionic theory and its applications to the ionosphere, Cambridge University Press, Cambridge, (1959).

[17] KADOMTSEV B. B. - Soviet Physics J. E. T. P., *6*, 1, 117, (1958).

[18] GINZBURG V. L. - Propagation of electromagnetic waves in plasmas, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, (1962).

[19] WATSON G. N. - Theory of Bessel Functions, Cambridge University Press, Cambridge, (1962).

[20] YEH C. et RUSCH W. V. T. - J. Appl. Phys., *36*, 7, 2302, (1965).

[21] STRATTON J. A. - Théorie de l'électromagnétique, Traduction française, Dunod, Paris, (1961).

[22] VANDENPLAS P. E. et MESSIAEN A. M. - Nuclear Fusion, *5*, 47, (1965).

[23] LANE F., ABELE M. et MARIANO S. - General Applied Sciences Lanoratories, Rapport AD 410371, USA, (1963).

[24] STIX T. H. - The Theory of Plasma Waves, McGraw-Hill, New York, (1961).

[25] MORSE P. M. et FESHBACH H. - Methods of Theoretical Physics, McGraw-Hill, New York (1953).

[26] BARTHEL J. R. - Proc. of the I. R. E., *50*, 10, (1962).

[27] VAN DE HULST H. C. - Light Scattering by small particles, J. Wiley, New York, (1957).

[28] BEKEFI G. et BROWN S. C. - Amer. J. Phys., *29*, 7, 404, (1961).

[29] ARSAC J. - Transformation de Fourier et théorie des distributions, Dunod, Paris, (1961).

[30] WEGROWE J. G. - Thèse, Paris, (1962).

[31] HEALD M. A. et WHARTON C. B. - Plasma Diagnostics with Microwaves, J. Wiley, New York, (1965).

[32] GREENBERG J. M., PEDERSEN N. E. et PEDERSEN J. C. - J. Appl. Phys., *32*, 2, 233, (1961).

[33] JONES A. R. et WOODING E. R. - VIIe Conf. Int. sur les Phénomènes dans les gaz ionisés, Communication n° 5. 1. 2 (12), Belgrade, (1965).

[34] REBOUX J. - 3ème Colloque national sur la chimie des hautes températures, Editions du CNRS, Paris, (1963).

[35] ASHBY D. E. T. F. et JEPHCOTT D. F. - Appl. Phys. Letters, *3*, 13, (1963).

[36] SY A. A. - Thèse, Paris, (1964) et CHAPELLE J. - Communication privée.

[37] JOUBERT F. - Thèse, Paris, (1964), et communication privée.

[38] PEYCHES I. et MATTMULLER R. - 3ème Colloque national sur la chimie des hautes températures, Editions du CNRS, Paris, (1963).

[39] MAECKER H. - in Discharge and Plasma Physics, S. C. HAYDON, Ed., University of New England, Armidale, Australia, (1964).

[40] CABANNES F., CHAPELLE J., DECROISETTE M. et SY A. - Rev. Hautes Temp. et Réfract., *2*, 297, (1965).

[41] CAPET M. et FAUGERAS P. E. - Rapport EUR-CEA-FC, à paraître.

[42] BECKER L. et DRAWIN H. W. - Rapport CEA R-2448, (1964).

[43] BLED J., BRESSON A., PAPOULAR R. et WEGROWE J. G. - Onde électrique, (janvier 1964).

Manuscrit reçu le 23. 11. 1966

Deuxième Thèse

Propositions données par la Faculté

EFFET MULTIPHOTONIQUE

Vu et approuvé :
Orsay, le 7 Novembre 1966
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
J. BERGERARD.

Vu
et Permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie de Paris,
J. ROCHE.

IMPRIMERIE LOUIS-JEAN
Ouvrages scientifiques
TYPO-OFFSET
GAP (Hautes-Alpes)
Dépôt légal n° 109
1967